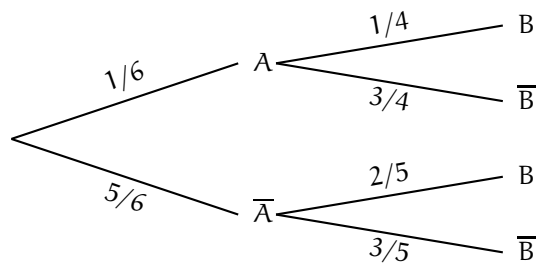


Nouvelle Calédonie 2012. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1) a) Représentons la situation par un arbre.



b) D'après la formule des probabilités totales,

$$p(B) = p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{24} + \frac{1}{3} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}.$$

$$p(B) = \frac{3}{8}.$$

c) La probabilité demandée est $p_B(A)$.

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(A) \times p_A(B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{24} \times \frac{8}{3} = \frac{1}{9}.$$

$$p_B(A) = \frac{1}{9}.$$

2) a) La variable aléatoire X est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,

- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la boule obtenue est noire » avec une probabilité $p = \frac{3}{8}$ (d'après la question 1)b)) ou « la boule obtenue n'est pas noire » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{8}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{3}{8}$.

On sait alors que pour tout entier k tel que $0 \leq k \leq 10$,

$$p(X = k) = \binom{10}{k} \left(\frac{3}{8}\right)^k \left(\frac{5}{8}\right)^{10-k}.$$

En particulier,

$$p(X = 3) = \binom{10}{3} \left(\frac{3}{8}\right)^3 \left(\frac{5}{8}\right)^7 = 0,2357\dots$$

(fourni par la calculatrice) et donc

la probabilité de gagner exactement 3 parties est 0,236 arrondie au millième.

b) La probabilité demandée est $p(X \geq 1)$.

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} \left(\frac{3}{8}\right)^0 \left(\frac{5}{8}\right)^{10} = 1 - \left(\frac{5}{8}\right)^{10} = 0,9909\dots$$

et donc

la probabilité de gagner au moins 1 partie est 0,991 arrondie au millième.

c) La probabilité considérée est $p(X \geq N)$.

$$p(X \geq N) \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow 1 - p(X < N) \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow p(X < N) \geq 0,9.$$

D'après le tableau fourni dans l'énoncé, la valeur de N à partir de laquelle la probabilité de l'événement « la personne gagne au moins N parties » devient inférieure à $\frac{1}{10}$ est 7.