Polynésie 2010. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (3 points) (commun à tous les candidats)

Des robots se trouvent au centre de gravité O d'un triangle de sommets S, I et X.

Chacun se déplace en trois étapes successives de la manière suivante :

- à chaque étape, il passe par l'un des trois sommets S, I ou X puis il rejoint le point O ;
- les robots sont programmés de telle sorte que, lors d'une étape, la probabilité de passer par le sommet S est égale à celle de passer par le sommet X et la probabilité de passer par le sommet S est le double de celle de passer par le sommet I ;
- les différentes étapes sont indépendantes les unes des autres ;
- on ne tient pas compte des passages par le point O.

Partie A - Un seul robot

Un seul robot se trouve au point O.

1) Démontrer qu'à chaque étape, la probabilité que le robot passe par le sommet I est égale à $\dfrac{1}{5}$.

2) On note E l'événement : « au cours des trois étapes, le robot passe successivement par les 3 sommets S, I, X dans cet ordre ».
Démontrer que la probabilité de E est égale à $\dfrac{4}{125}$.

3) On note F l'événement : « au cours des trois étapes, le robot passe exactement par les sommets S, I, X dans un ordre quelconque ».
Déterminer la probabilité de F.

Partie B - Plusieurs robots

Des robots se trouvent au point O, leurs déplacements étant indépendants les uns des autres.

Quel nombre minimal n de robots doit-il y avoir pour que la probabilité de l'événement « au moins l'un de ces robots passe successivement par les sommets S, I, X dans cet ordre » soit supérieure ou égale à $0,99$?

