

## EXERCICE 1 (6 points )

(Commun à tous les candidats)

Les deux parties sont indépendantes.

### Partie A

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 10 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté.

À la fin de chaque étape, un groupe de 5 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle anti-dopage. Ces désignations de 5 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes. Un même coureur peut donc être contrôlé à l'issue de plusieurs étapes.

1. À l'issue de chaque étape, combien peut-on former de groupes différents de 5 coureurs ?
2. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel :
  - « rand(1, 50) » permet d'obtenir un nombre entier aléatoire appartenant à l'intervalle [1; 50]
  - l'écriture «  $x := y$  » désigne l'affectation d'une valeur  $y$  à une variable  $x$ .

Variables	$a, b, c, d, e$ sont des variables du type entier
Initialisation	$a := 0 ; b := 0 ; c := 0 ; d := 0 ; e := 0$
Traitement	Tant que $(a = b)$ ou $(a = c)$ ou $(a = d)$ ou $(a = e)$ ou $(b = c)$ ou $(b = d)$ ou $(b = e)$ ou $(c = d)$ ou $(c = e)$ ou $(d = e)$ Début du tant que $a := \text{rand}(1, 50) ; b := \text{rand}(1, 50) ; c := \text{rand}(1, 50) ;$ $d := \text{rand}(1, 50) ; e := \text{rand}(1, 50)$ Fin du tant que
Sortie	Afficher $a, b, c, d, e$

- (a) Parmi les ensembles de nombres suivants, lesquels ont pu être obtenus avec cet algorithme :  
 $L_1 = \{2, 11, 44, 2, 15\}$  ;  $L_2 = \{8, 17, 41, 34, 6\}$  ;  
 $L_3 = \{12, 17, 23, 17, 50\}$  ;  $L_4 = \{45, 19, 43, 21, 18\}$  ?
- (b) Que permet de réaliser cet algorithme concernant la course cycliste ?
3. À l'issue d'une étape, on choisit au hasard un coureur parmi les 50 participants. Établir que la probabilité pour qu'il subisse le contrôle prévu pour cette étape est égale à 0, 1.
  4. On note  $X$  la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de contrôles subis par un coureur sur l'ensemble des 10 étapes de la course.
    - (a) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  ? Préciser ses paramètres.
    - (b) On choisit au hasard un coureur à l'arrivée de la course. Calculer, sous forme décimale arrondie au dix-millième, les probabilités des événements suivants :
      - il a été contrôlé 5 fois exactement ;
      - il n'a pas été contrôlé ;
      - il a été contrôlé au moins une fois.

## Partie B

*Dans cette partie, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

*On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.*

Pour un coureur choisi au hasard dans l'ensemble des 50 coureurs, on appelle  $T$  l'événement : « le contrôle est positif », et d'après des statistiques, on admet que  $P(T) = 0,05$ .

On appelle  $D$  l'événement : « le coureur est dopé ».

Le contrôle anti-dopage n'étant pas fiable à 100%, on sait que :

- si un coureur est dopé, le contrôle est positif dans 97% des cas ;
- si un coureur n'est pas dopé, le contrôle est positif dans 1% des cas.

1. Calculer  $p(D)$ .
2. Un coureur a un contrôle positif. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas dopé ?