Session 2017

BACCALAUREAT GENERAL

MATHEMATIQUES

Série S

Enseignement Spécifique

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6

.

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (6 points)

(Commun à tous les candidats)

La société Fibration fournit des abonnements Internet et des abonnements de téléphone mobile.
Un client de la société Fibration souscrit soit un abonnement Internet, soit un abonnement de téléphone mobile, il ne cumule pas les deux.
En cas de difficulté, la société Fibration propose à ses clients une ligne d'assistance téléphonique : le client doit d'abord signaler s'il est client Internet ou s'il est client mobile puis son appel est mis en attente de réponse par un opérateur.

Les parties A, B *et* C *sont indépendantes.*
Si nécessaire, les résultats seront arrondis à 10^{-3}.

Partie A - Durée d'attente

1) Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client Internet lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. Une étude permet de modéliser cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_1 qui suit la loi exponentielle de paramètre $0,6$.

a) Quelle est la durée d'attente moyenne que peut espérer un client Internet qui appelle cette ligne d'assistance ?

b) Calculer la probabilité que la durée d'attente d'un client Internet choisi au hasard soit inférieure à 5 minutes.

2) Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client mobile lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. On modélise cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_2 qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, λ étant un réel strictement positif.

a) Sachant que $P\left(D_2 \leqslant 4\right) = 0,798$, déterminer la valeur de λ.

b) En prenant $\lambda = 0,4$, peut-on considérer que moins de 10 % des clients mobile choisis au hasard attendent plus de 5 minutes avant de joindre un opérateur ?

Partie B

Si la durée d'attente avant l'obtention d'un opérateur dépasse 5 minutes, l'appel prend automatiquement fin. Sinon, l'appelant obtient un opérateur.
On choisit au hasard un client qui appelle la ligne d'assistance.
On admet que la probabilité que l'appel émane d'un client Internet est $0,7$.
De plus, d'après la partie A, on prend les données suivantes :
Si l'appel provient d'un client Internet alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à $0,95$.
Si l'appel provient d'un client mobile alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à $0,87$.

1) Déterminer la probabilité que le client joigne un opérateur.

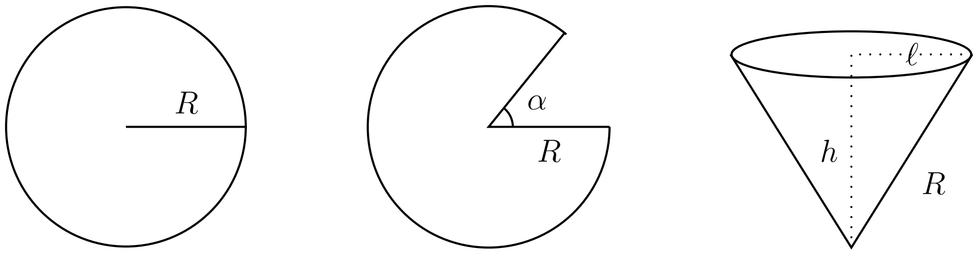
2) Un client se plaint que son appel a pris fin après 5 minutes d'attente sans avoir obtenu d'opérateur. Est-il plus probable que ce soit un client Internet ou un client mobile ?

Partie C

La société annonce un taux de satisfaction de 85 % pour ses clients ayant appelé et obtenu un opérateur.
Une association de consommateurs souhaite vérifier ce taux et interroge $1\ 303$ personnes. Parmi celles-ci, 1 150 se disent satisfaites.
Que pensez-vous du taux de satisfaction annoncé par la société ?

EXERCICE 2 (5 points)

(commun à tous les candidats)



Dans un disque en carton de rayon R , on découpe un secteur angulaire correspondant à un angle de mesure α radians. On superpose les bords afin de créer un cône de révolution. On souhaite choisir l'angle α pour obtenir un cône de volume maximal.

On appelle ℓ le rayon de la base circulaire de ce cône et h sa hauteur.
On rappelle que :

- le volume d'un cône de révolution de base un disque d'aire $\mathscr{A}$ et de hauteur h est $\dfrac{1}{3}\mathscr{A}h$.
- la longueur d'un arc de cercle de rayon r et d'angle θ, exprimé en radians, est $r\theta$.

1) On choisit $R = 20$ cm.

a) Montrer que le volume du cône, en fonction de sa hauteur h, est $V(h) = \dfrac{1}{3}\pi\left(400 - h^2\right)h$.

b) Justifier qu'il existe une valeur de h qui rend le volume du cône maximum. Donner cette valeur.

c) Comment découper le disque en carton pour avoir un volume maximum ? Donner un arrondi de α au degré près.

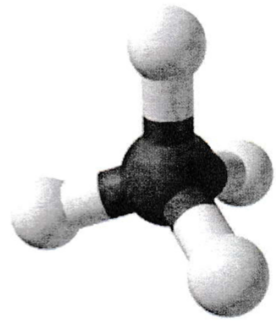
2) L'angle α dépend-il du rayon R du disque en carton ?

EXERCICE 3 (5 points)

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spéc

Les interactions électriques conduisent à modéliser la molécule de méthane CH_4 de la façon suivante :

- Les noyaux d'atomes d'hydrogène occupent les positions des quatre sommets d'un tétraèdre régulier
- Le noyau de carbone au centre de la molécule est à égale distance des quatre atomes d'hydrogène.



L'objectif est de déterminer une mesure de l'angle entre deux liaisons carbone–hydrogène.
Un tétraèdre régulier est un polyèdre dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux.

1) Justifier qu'on peut inscrire ce tétraèdre dans un cube $ABCDEFGH$ en positionnant deux atomes d'hydrogène sur les sommets A et C du cube et les deux autres atomes d'hydrogène sur deux autres sommets du cube.
Représenter la molécule dans le cube donné en annexe page 9.

Dans la suite de l'exercice, on pourra travailler dans le repère $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

2) Démontrer que l'atome de carbone est au centre Ω du cube.

3) Déterminer l'arrondi au dixième de degré de la mesure de l'angle que forment entre elles les liaisons carbone-hydrogène, c'est-à-dire l'angle $\widehat{A\Omega C}$.

EXERCICE 4 (5 points)

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

On s'intéresse à la chute d'une goutte d'eau qui se détache d'un nuage sans vitesse initiale. Un modèle très simplifié permet d'établir que la vitesse instantanée verticale, exprimée en m.s^{-1}, de chute de la goutte en fonction de la durée de chute t est donnée par la fonction v définie ainsi :

Pour tout réel positif ou nul t, $v(t) = 9,81\dfrac{m}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$; la constante m est la masse de la goutte en milligramme et la constante k est un coefficient strictement positif lié au frottement de l'air.

On rappelle que la vitesse instantanée est la dérivée de la position.
Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A - Cas général

1) Déterminer les variations de la vitesse de la goutte d'eau.

2) La goutte ralentit-elle au cours de sa chute ?

3) Montrer que $\lim_{t\to+\infty} v(t) = 9,81\dfrac{m}{k}$. Cette limite s'appelle vitesse limite de la goutte.

4) Un scientifique affirme qu'au bout d'une durée de chute égale à $\dfrac{5m}{k}$, la vitesse de la goutte dépasse 99 % de sa vitesse limite. Cette affirmation est-elle correcte ?

Partie B

Dans cette partie, on prend $m = 6$ et $k = 3,9$.
À un instant donné, la vitesse instantanée de cette goutte est 15 m.s^{-l}.

1) Depuis combien de temps la goutte s'est-elle détachée de son nuage ? Arrondir la réponse au dixième de seconde.

2) En déduire la vitesse moyenne de cette goutte entre le moment où elle s'est détachée du nuage et l'instant où on a mesuré sa vitesse. Arrondir la réponse au dixième de m.s^{-1}.

ANNEXE à rendre avec la copie