BACCALAUREAT GENERAL

Session d'avril 2012

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement de Spécialité

Pondichéry

EXERCICE 1

Partie A

1) Le nombre de groupes différents de 5 coureurs est encore le nombre de tirages simultanés de 5 numéros de dossards parmi 50 numéros. Ce nombre est

$$\binom{50}{5} = \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 49 \times 2 \times 47 \times 46 = 2\ 118\ 760.$$

2) (a) L'algorithme démarre avec 5 nombres égaux à 0 puis, tant que les 5 nombres ne sont pas deux à deux distincts, il génère 5 nombres au hasard entre 1 et 50. L'algorithme s'arrête quand les 5 nombres générés sont deux à deux distincts. Par suite, l'algorithme peut fournir les ensembles L_2 et L_4 mais pas les ensembles L_1 et L_3.

(b) L'algorithme permet de tirer au sort 5 coureurs parmi les 50 pour subir un contrôle anti-dopage.

3) Il y a 50 choix possibles de 1 coureur parmi 50 et 5 choix de 1 coureur parmi les 5 qui subissent un contrôle. La probabilité qu'un coureur subisse un contrôle est donc

$$p = \frac{5}{50} = 0,1.$$

4) (a) La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,
- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le coureur subit un contrôle » avec une probabilité $p = 0,1$ ou « le coureur ne subit pas de contrôle » avec une probabilité $1 - p = 0,9$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,1$.

On sait alors que pour tout entier k tel que $0 \leqslant k \leqslant 10$,

$$p(X = k) = \binom{10}{k}(0,1)^k(0,9)^{10-k}.$$

(b) • $p(X = 5) = \binom{10}{5}(0,1)^5(0,9)^5 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}(0,09)^5 = 3 \times 2 \times 7 \times 6 \times (0,09)^5 = 0,0015$ arrondie au dix millième.

La probabilité que le coureur soit contrôlé 5 fois exactement est $0,0015$ arrondie au dix millième.

• $p(X = 0) = \binom{10}{0}(0,1)^0(0,9)^{10} = (0,9)^{10} = 0,3487$ arrondie au dix millième.

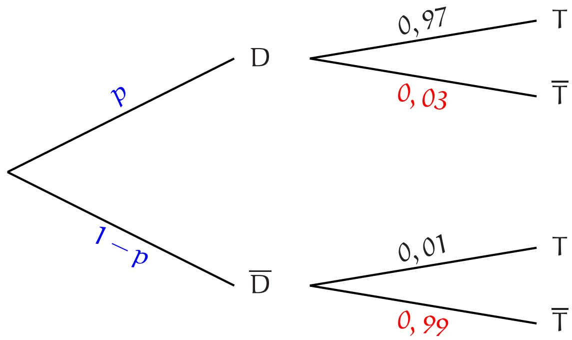
La probabilité que le coureur ne soit pas contrôlé est $0,3487$ arrondie au dix millième.

• $p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - (0,9)^{10} = 0,6513$ arrondie au dix millième.

La probabilité que le coureur soit contrôlé au moins une fois est $0,6513$ arrondie au dix millième.

Partie B

1) L'énoncé fournit $p(T) = 0,05$, $p_D(T) = 0,97$ et $p_{\overline{D}}(T) = 0,01$. Posons $p(D) = p$. Représentons la situation par un arbre :



La formule des probabilités totales fournit :

$$p(T) = p\left(D \cap T\right) + p\left(\overline{D} \cap T\right) = p(D) \times p_D(T) + p\left(\overline{D}\right) \times p_{\overline{D}}(T),$$

et donc $0,97p + 0,01(1-p) = 0,05$ puis $0,96p = 0,04$ et finalement

$$p(D) = \frac{0,04}{0,96} = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}.$$

$$\boxed{p(D) = \frac{1}{24}.}$$

2) La probabilité demandée est $p_T\left(\overline{D}\right)$.

$$p_T\left(\overline{D}\right) = \frac{p(T \cap \overline{D})}{p(T)} = \frac{p\left(\overline{D}\right) \times p_{\overline{D}}(T)}{p(T)} = \frac{\left(1 - \frac{1}{24}\right) \times \frac{1}{100}}{\frac{5}{100}} = \frac{23}{24} \times \frac{1}{100} \times \frac{100}{5} = \frac{23}{120}.$$

$$\boxed{p_T\left(\overline{D}\right) = \frac{23}{120}.}$$

EXERCICE 2

Proposition 1.	**VRAI**
Proposition 2.	**FAUX**
Proposition 3.	**VRAI**
Proposition 4.	**VRAI**

Justification 1 Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$ est le vecteur $\overrightarrow{u}$ de coordonnées $(-2, 2, 2)$. Un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$ est le vecteur $\overrightarrow{n}$ de coordonnées $(1, -1, -1)$. On remarque que $\overrightarrow{u} = -2\overrightarrow{n}$ et en particulier $\overrightarrow{u}$ est colinéaire à $\overrightarrow{n}$. On en déduit que la droite $\mathscr{D}$ est orthogonale au plan $\mathscr{P}$. La proposition 1 est vraie.

Justification 2 La distance du centre O de la sphère $\mathscr{S}$ au plan $\mathscr{P}$ est

$$d = \frac{|0 - 0 - 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

La distance d n'est pas égale au rayon de la sphère $\mathscr{S}$ et donc la sphère $\mathscr{S}$ n'est pas tangente au plan $\mathscr{P}$. La proposition 2 est fausse.

Justification 3 Un vecteur normal au plan $\mathscr{P}'$ est le vecteur $\overrightarrow{n}'$ de coordonnées $(1, 1, 3)$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n}'$ ne sont pas colinéaires car s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{n}' = k\overrightarrow{n}$ alors $k = 1$ et aussi $k = -1$ ce qui est impossible.
On en déduit que les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ ne sont pas parallèles et donc que $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont sécants en une droite Δ.

Notons Δ' la droite de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x = 1 - t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = t' \end{array}\right.$, $t' \in \mathbb{R}$.

Pour tout réel t',

$$(1 - t') - (-1 - 2t') - (t') - 2 = 0 \text{ et } (1 - t') + (-1 - 2t') + 3(t') = 0.$$

Donc tout point de la droite Δ' appartient au plan $\mathscr{P}$ et au plan $\mathscr{P}'$ ou encore la droite Δ' est contenue dans le plan $\mathscr{P}$ et dans le plan $\mathscr{P}'$. Finalement, Δ' est la droite Δ d'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ ou encore un système d'équations paramétriques de Δ est $\left\{\begin{array}{l} x = 1 - t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = t' \end{array}\right.$, $t' \in \mathbb{R}$. La proposition 3 est vraie.

Justification 4 Un vecteur directeur de Δ est le vecteur $\overrightarrow{u}'$ de coordonnées $(-1, -2, 1)$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}'$ ne sont pas colinéaires et donc les droites $\mathscr{D}$ et Δ ne sont pas parallèles. On en déduit que les droites $\mathscr{D}$ et Δ sont sécantes ou non coplanaires.

Déterminons alors l'intersection de $\mathscr{D}$ et Δ. Soient $M(-3 - 2t, 2t, 1 + 2t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de $\mathscr{D}$ et $M'(1 - t', -1 - 2t', t')$, $t' \in \mathbb{R}$, un point de Δ.

$$M = M' \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -3 - 2t = 1 - t' \\ 2t = -1 - 2t' \\ 1 + 2t = t' \ (*) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t' = 1 + 2t \ (*) \\ -3 - 2t = 1 - (1 + 2t) \\ 2t = -1 - 2(1 + 2t) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t' = 1 + 2t \\ -3 = 0 \\ 2t = -1 - 2(1 + 2t) \end{array}\right.$$

Ce système n'a pas de solution et donc $\mathscr{D}$ et Δ n'ont aucun point commun. Finalement, les droites $\mathscr{D}$ et Δ sont non coplanaires. La proposition 4 est vraie.

EXERCICE 3

1) (a) Soit $n \in \mathbb{N}$. La fonction f_n est continue et positive sur $[0, 1]$. Donc, I_n est l'aire du domaine du plan $\mathscr{D}_n$ délimité par les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ d'une part, l'axe des abscisses et la courbe représentative de la fonction f_n d'autre part.

Il semble que pour chaque entier naturel n, le graphe de f_n soit au-dessus du graphe de f_{n+1} sur $[0, 1]$ et donc que l'aire du domaine $\mathscr{D}_n$ soit plus grande que l'aire du domaine $\mathscr{D}_{n+1}$. En résumé, il semble que pour tout entier naturel n, $I_{n+1} \leqslant I_n$ ou encore, il semble que la suite (I_n) soit décroissante.

(b) Soit $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} I_n - I_{n+1} &= \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+x}\,dx - \int_0^1 \frac{e^{-(n+1)x}}{1+x}\,dx = \int_0^1 \left(\frac{e^{-nx}}{1+x} - \frac{e^{-(n+1)x}}{1+x}\right)dx \text{ (par linéarité de l'intégrale)} \\ &= \int_0^1 \frac{e^{-nx} - e^{-(n+1)x}}{1+x}\,dx = \int_0^1 \frac{e^{-nx}(1-e^{-x})}{1+x}\,dx. \end{aligned}$$

Soit $x \in [0, 1]$. On a $e^{-nx} \geqslant 0$ et $\dfrac{1}{1+x} \geqslant 0$. Ensuite, $-x \leqslant 0$ et donc $e^{-x} \leqslant 1$ puis $1 - e^{-x} \geqslant 0$. Finalement,

$$\frac{e^{-nx}(1-e^{-x})}{1+x} \geqslant 0.$$

Ainsi, pour tout réel x de $[0, 1]$, $\dfrac{e^{-nx}(1-e^{-x})}{1+x} \geqslant 0$. Par positivité de l'intégrale, on en déduit que $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-nx}(1-e^{-x})}{1+x}\,dx \geqslant 0$ ou encore que $I_n - I_{n+1} \geqslant 0$ ou enfin que $I_{n+1} \leqslant I_n$.

On a montré que pour tout entier naturel n, $I_{n+1} \leqslant I_n$ et donc que

$$\boxed{\text{la suite } (I_n) \text{ est décroissante.}}$$

2) (a) Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit $x \in [0, 1]$. Alors $1 + x \geqslant 1$ puis $\dfrac{1}{1+x} \leqslant 1$. En multipliant les membres de cette inégalité par le réel positif e^{-nx}, on obtient

$$\frac{e^{-nx}}{1+x} \leqslant e^{-nx}.$$

En multipliant les deux membres de l'inégalité $\dfrac{1}{1+x} \leqslant 1$ par le réel positif $\dfrac{e^{-nx}}{1+x}$, on obtient aussi

$$\frac{e^{-nx}}{(1+x)^2} \leqslant \frac{e^{-nx}}{1+x}.$$

Enfin, $\dfrac{e^{-nx}}{(1+x)^2} \geqslant 0$ et on a montré que

$$\boxed{\text{Pour tout } n \in \mathbb{N} \text{ et tout } x \in [0, 1],\ 0 \leqslant \frac{e^{-nx}}{(1+x)^2} \leqslant \frac{e^{-nx}}{1+x} \leqslant e^{-nx}.}$$

(b) D'après la question précédente et par positivité et croissance de l'intégrale, pour tout entier naturel n on a

$$0 \leqslant \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{(1+x)^2}\,dx \leqslant \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+x}\,dx \leqslant \int_0^1 e^{-nx}\,dx. \quad (*)$$

Mais pour tout entier naturel non nul n,

$$\int_0^1 e^{-nx}\,dx = \left[\frac{e^{-nx}}{-n}\right]_0^1 = \frac{e^{-n}}{-n} - \frac{1}{-n} = \frac{1-e^{-n}}{n}.$$

On sait que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$ et d'autre part, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$. Par suite, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}(1-e^{-n}) = 0 \times (1-0) = 0$.

Les inégalités $(*)$ montrent que pour tout entier naturel non nul n, on a $0 \leqslant I_n \leqslant \dfrac{1}{n}(1-e^{-n})$. Le théorème des gendarmes permet alors d'affirmer que la suite (I_n) converge et que

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} I_n = 0.}$$

Les inégalités $(*)$ montrent aussi que pour tout entier naturel non nul n, on a $0 \leqslant J_n \leqslant I_n$. Le théorème des gendarmes permet alors d'affirmer que la suite (J_n) converge et que

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} J_n = 0.}$$

3) (a) Soit $n \geqslant 1$. Pour x dans $[0,1]$, posons $u(x) = \dfrac{1}{1+x}$ et $v(x) = \dfrac{e^{-nx}}{-n}$. Les fonctions u et v sont dérivables sur $[0,1]$ et pour x dans $[0,1]$, on a

$$\begin{array}{ll} u(x) = \dfrac{1}{1+x} & v(x) = \dfrac{e^{-nx}}{-n} \\ u'(x) = -\dfrac{1}{(1+x)^2} & v'(x) = e^{-nx} \end{array}$$

De plus, les fonctions u' et v' sont continues sur $[0,1]$. On peut donc effectuer une intégration par parties et on obtient

$$\begin{aligned} I_n &= \int_0^1 \frac{1}{1+x} \times e^{-nx}\,dx = \left[\frac{1}{1+x} \times \frac{e^{-nx}}{-n}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{-1}{(1+x)^2} \times \frac{e^{-nx}}{-n}\,dx \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{e^{-n}}{-n} - 1 \times \frac{e^0}{-n} - \frac{1}{n}\int_0^1 \frac{e^{-nx}}{(1+x)^2}\,dx \text{ (par linéarité de l'intégrale)} \\ &= \frac{1}{n} - \frac{e^{-n}}{2n} - \frac{1}{n}J_n \\ &= \frac{1}{n}\left(1 - \frac{e^{-n}}{2} - J_n\right). \end{aligned}$$

On a montré que

$$\boxed{\text{pour tout entier naturel non nul } n,\ I_n = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{e^{-n}}{2} - J_n\right).}$$

(b) Pour tout entier naturel non nul, $nI_n = 1 - \dfrac{e^{-n}}{2} - J_n$. Puisque $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} J_n = 0$, on en déduit que

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} nI_n = 1.}$$

EXERCICE 4

Partie A Restitution organisée de connaissances

Puisque $a \equiv b \pmod n$ et $c \equiv d \pmod n$, il existe deux entiers relatifs k et k' tels que $b = a + kn$ et $d = c + k'n$. Mais alors,

$$bd = (a + kn)(c + k'n) = ac + ak'n + ckn + kk'n^2 = ac + (ak' + ck + kk'n)n$$

Posons $K = ak' + ck + kk'n$. K est un entier relatif tel que $bd = ac + Kn$ et on a donc montré que $ac \equiv bd \pmod n$.

Partie B Inverse de 23 modulo 26

1) $23 \times (-9) - 26 \times (-8) = -207 + 208 = 1$. Donc le couple $(-9, -8)$ est solution de l'équation (E).

2) Posons $(x_0, y_0) = (-9, -8)$. Soient x et y deux entiers relatifs.

$$(x, y) \text{ solution de } (E) \Leftrightarrow 23x - 26y = 1 \Leftrightarrow 23x - 26y = 23x_0 - 26y_0 \Leftrightarrow 23(x - x_0) = 26(y - y_0).$$

Si (x, y) est solution de (E), alors l'entier 26 divise l'entier $26(y - y_0) = 23(x - x_0)$. D'autre part, la question précédente montre qu'il existe deux entiers relatifs u et v tels que $23u + 26v = 1$. Le théorème de Bézout permet alors d'affirmer que les entiers 23 et 26 sont premiers entre eux.

Ainsi, 26 divise $23(x - x_0)$ et 26 est premier à 23. D'après le théorème de Gauss, 26 divise $x - x_0$. Par suite, il existe un entier relatif k tel que $x - x_0 = 26k$ ou encore tel que $x = -9 + 26k$. De même, il existe un entier relatif k' tel que $y = -8 + 23k'$.

En résumé, si (x, y) est solution de (E), il existe deux entiers relatifs k et k' tels que $x = -9 + 26k$ et $y = -8 + 23k'$. Réciproquement, soient k et k' deux entiers relatifs puis $x = -9 + 26k$ et $y = -8 + 23k'$.

$$(x, y) \text{ est solution de } (E) \Leftrightarrow 23(-9 + 26k) - 26(-8 + 23k') = 1 \Leftrightarrow 1 + 23 \times 26 \times (k - k') = 1 \Leftrightarrow k = k'.$$

Les solutions de (E) sont les couples d'entiers relatifs de la forme $(-9 + 26k, -8 + 23k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) Soit a un entier relatif. $23a \equiv 1 \pmod{26}$ si et seulement si il existe un entier relatif y tel que $23a - 26y = 1$. D'après la question précédente, ceci impose l'existence d'un entier relatif k tel que $a = -9 + 26k$. Ensuite,

$$0 \leqslant a \leqslant 25 \Leftrightarrow 0 \leqslant -9 + 26k \leqslant 25 \Leftrightarrow 9 \leqslant 26k \leqslant 34 \Leftrightarrow \frac{9}{26} \leqslant k \leqslant \frac{34}{26} \Leftrightarrow k = 1.$$

Pour $k = 1$, on obtient $a = -9 + 26 = 17$. Réciproquement, puisque $17 \times 23 = 391 = 1 + 15 \times 26$, l'entier $a = 17$ est un entier tel que $0 \leqslant a \leqslant 25$ et $23a \equiv 1 \pmod{26}$.

$$\boxed{a = 17.}$$

Partie C Chiffrement de Hill

1) Etape 1. ST correspond à $(x_1, x_2) = (18, 19)$.

Etape 2. • $11x_1 + 3x_2 = 11 \times 18 + 3 \times 19 = 198 + 57 = 255$. y_1 est alors le reste de la division euclidienne de 255 par 26. Comme $255 = 21 + 234 = 21 + 9 \times 26$ et que $0 \leqslant 21 \leqslant 25$, on en déduit que $y_1 = 21$.

• $7x_1 + 4x_2 = 7 \times 18 + 4 \times 19 = 126 + 76 = 202$. Comme $202 = 20 + 182 = 20 + 7 \times 26$ et que $0 \leqslant 20 \leqslant 25$, on en déduit que $y_2 = 20$.

Etape 3. Le couple $(21, 20)$ correspond au mot **VU** et donc

$$\boxed{\text{le mot } \mathbf{ST} \text{ se code en } \mathbf{VU}.}$$

2) (a) Soient x_1, x_2, y_1 et y_2 quatre entiers.

$$\begin{aligned}
\left\{\begin{array}{l} y_1 \equiv 11x_1 + 3x_2 \pmod{26} \\ y_2 \equiv 7x_1 + 4x_2 \pmod{26} \end{array}\right.
&\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 4y_1 + 23y_2 \equiv (4 \times 11 + 23 \times 7)x_1 + (4 \times 3 + 23 \times 4)x_2 \pmod{26} \\ 19y_1 + 11y_2 \equiv (19 \times 11 + 11 \times 7)x_1 + (19 \times 3 + 11 \times 4)x_2 \pmod{26} \end{array}\right. \\
&\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 4y_1 + 23y_2 \equiv 205x_1 + 104x_2 \pmod{26} \\ 19y_1 + 11y_2 \equiv 286x_1 + 101x_2 \pmod{26} \end{array}\right. \\
&\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 4y_1 + 23y_2 \equiv 23x_1 \pmod{26} \\ 19y_1 + 11y_2 \equiv 23x_2 \pmod{26} \end{array}\right.
\end{aligned}$$

car $205 = 23 + 7 \times 26$, $104 = 4 \times 26$, $286 = 11 \times 26$ et $101 = 23 + 3 \times 26$ et donc $205 \equiv 23 \pmod{26}$, $104 \equiv 0 \pmod{26}$, $286 \equiv 0 \pmod{26}$ et $101 \equiv 23 \pmod{26}$.

(b) On multiplie alors les deux membres de chaque congruence écrite par 17. D'après la question 3) de la partie A, on a $23 \times 17 \equiv 1 \pmod{26}$ et donc on obtient

$$\left\{\begin{array}{l} 23x_1 \equiv 4y_1 + 23y_2 \pmod{26} \\ 23x_2 \equiv 19y_1 + 11y_2 \pmod{26} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 \equiv 4 \times 17y_1 + 23 \times 17y_2 \pmod{26} \\ x_2 \equiv 19 \times 17y_1 + 11 \times 17y_2 \pmod{26} \end{array}\right.$$
$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 \equiv 68y_1 + 391y_2 \pmod{26} \\ x_2 \equiv 323y_1 + 187y_2 \pmod{26} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 \equiv 16y_1 + y_2 \pmod{26} \\ x_2 \equiv 11y_1 + 5y_2 \pmod{26} \end{array}\right.$$

car $68 = 16 + 2 \times 26$, $391 = 1 + 15 \times 26$, $323 = 11 + 12 \times 26$ et $187 = 5 + 7 \times 26$ et donc $68 \equiv 16 \pmod{26}$, $391 \equiv 1 \pmod{26}$, $323 \equiv 11 \pmod{26}$ et $187 \equiv 5 \pmod{26}$.

(c) Réciproquement,

$$\left\{\begin{array}{l} x_1 \equiv 16y_1 + y_2 \pmod{26} \\ x_2 \equiv 11y_1 + 5y_2 \pmod{26} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 11x_1 + 3x_2 \equiv 209y_1 + 26y_2 \pmod{26} \\ 7x_1 + 4x_2 \equiv 156y_1 + 27y_2 \pmod{26} \end{array}\right.$$
$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y_1 \equiv 11x_1 + 3x_2 \pmod{26} \\ y_2 \equiv 7x_1 + 4x_2 \pmod{26} \end{array}\right.$$

car $209 = 1 + 8 \times 26$, $26 = 0 + 1 \times 26$, $156 = 0 + 6 \times 26$ et $27 = 1 + 1 \times 26$ et donc $209 \equiv 1 \pmod{26}$, $26 \equiv 0 \pmod{26}$, $156 \equiv 0 \pmod{26}$ et $27 \equiv 1 \pmod{26}$. En résumé,

$$\boxed{\left\{\begin{array}{l} y_1 \equiv 11x_1 + 3x_2 \pmod{26} \\ y_2 \equiv 7x_1 + 4x_2 \pmod{26} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 \equiv 16y_1 + y_2 \pmod{26} \\ x_2 \equiv 11y_1 + 5y_2 \pmod{26} \end{array}\right. .}$$

(d) • Le mot **YJ** correspond au couple $(y_1, y_2) = (24, 9)$.

• $16y_1 + y_2 = 16 \times 24 + 9 = 393 = 3 + 15 \times 26$ et donc $x_1 = 3$.
$11y_1 + 5y_2 = 11 \times 24 + 5 \times 9 = 309 = 23 + 11 \times 26$ et donc $x_2 = 23$.

• Le couple $(3, 23)$ correspond au mot **DX** et donc

$$\boxed{\text{le mot } \textbf{YJ} \text{ se décode en } \textbf{DX}.}$$

