

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2011

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Asie

EXERCICE 1

1) Etude d'une fonction f .

a) **Limite de f en 0 .** $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$. Donc $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} \times \ln x = -\infty$.

Limite de f en $+\infty$. D'après un théorème de croissances comparées, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

b) f est dérivable sur $]0, +\infty[$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$ dont le dénominateur ne s'annule pas sur $]0, +\infty[$ et pour tout réel $x > 0$,

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

$$\text{Pour tout réel } x > 0, f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

c) Pour tout $x > 0$, on a $x^2 > 0$ et donc $f'(x)$ est du signe de $1 - \ln x$ sur $]0, +\infty[$.

Or, pour $x > 0$, $1 - \ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x < 1 \Leftrightarrow x < e^1 \Leftrightarrow x < e$ (par stricte croissance de la fonction exponentielle sur \mathbb{R}) et de même $1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$. On en déduit le tableau de variations de f :

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-
f				$\nearrow 1/e$	$\searrow 0$
				$-\infty$	

2) Etude d'une fonction g .

a) **Limite de g en 0 .** $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (\ln x)^2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} X^2 = +\infty$. Donc $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} \times (\ln x)^2 = +\infty$.

Limite de g en $+\infty$. Soit $x > 0$.

$$\frac{(\ln x)^2}{x} = \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\frac{\ln(\sqrt{x^2})}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\frac{2 \ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right)^2 = 4 \left(\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right)^2.$$

D'après un théorème de croissances comparées, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} = 0$ et donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \left(\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right)^2 = 0.$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0.$$

b) g est dérivable sur $]0, +\infty[$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$ dont le dénominateur ne s'annule pas sur $]0, +\infty[$ et pour tout réel $x > 0$,

$$g'(x) = \frac{2 \times \frac{1}{x} \times \ln x \times x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{(\ln x)(2 - \ln x)}{x^2}.$$

$$\text{Pour tout réel } x > 0, g'(x) = \frac{(\ln x)(2 - \ln x)}{x^2}.$$

c) Pour tout $x > 0$, on a $x^2 > 0$ et donc $g'(x)$ est du signe de $(\ln x)(2 - \ln x)$ sur $]0, +\infty[$.

Le signe de $\ln x$ est connu et d'autre part, comme à la question 1)a), pour $x > 0$, $2 - \ln x > 0 \Leftrightarrow x < e^2$ et $2 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e^2$. On en déduit le signe de $(\ln x)(2 - \ln x)$ suivant les valeurs de x :

x	0	1	e^2	$+\infty$
$\ln x$		-	0	+
$2 - \ln x$		+	+	0
$(\ln x)(2 - \ln x)$		-	0	+

On en déduit le tableau de variations de g :

x	0	1	e^2	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+
g	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow
		0	$4/e^2$	0

3) a) Les abscisses des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. Soit x un réel strictement positif.

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \frac{\ln x}{x} = \frac{(\ln x)^2}{x} \Leftrightarrow \ln x = (\ln x)^2 \text{ (car } \frac{1}{x} \neq 0) \\ &\Leftrightarrow (\ln x)^2 - \ln x = 0 \Leftrightarrow (\ln x)(\ln x - 1) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0 \text{ ou } \ln x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = e. \end{aligned}$$

Comme $f(1) = 0$ et $f(e) = \frac{1}{e}$, les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g ont exactement deux points communs à savoir les points de coordonnées $(1, 0)$ et $(e, \frac{1}{e})$.

b) La position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g est donnée par le signe de $g(x) - f(x)$. Or pour $x > 0$,

$$g(x) - f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{\ln x}{x} = \frac{(\ln x)(\ln x - 1)}{x}.$$

Sur $]0, +\infty[$, $g(x) - f(x)$ est du signe de $(\ln x)(\ln x - 1)$ qui est donné dans le tableau suivant :

x	0	1	e	$+\infty$
$\ln x$		-	0	+
$\ln x - 1$		-	-	0
$(\ln x)(\ln x - 1)$		+	0	+

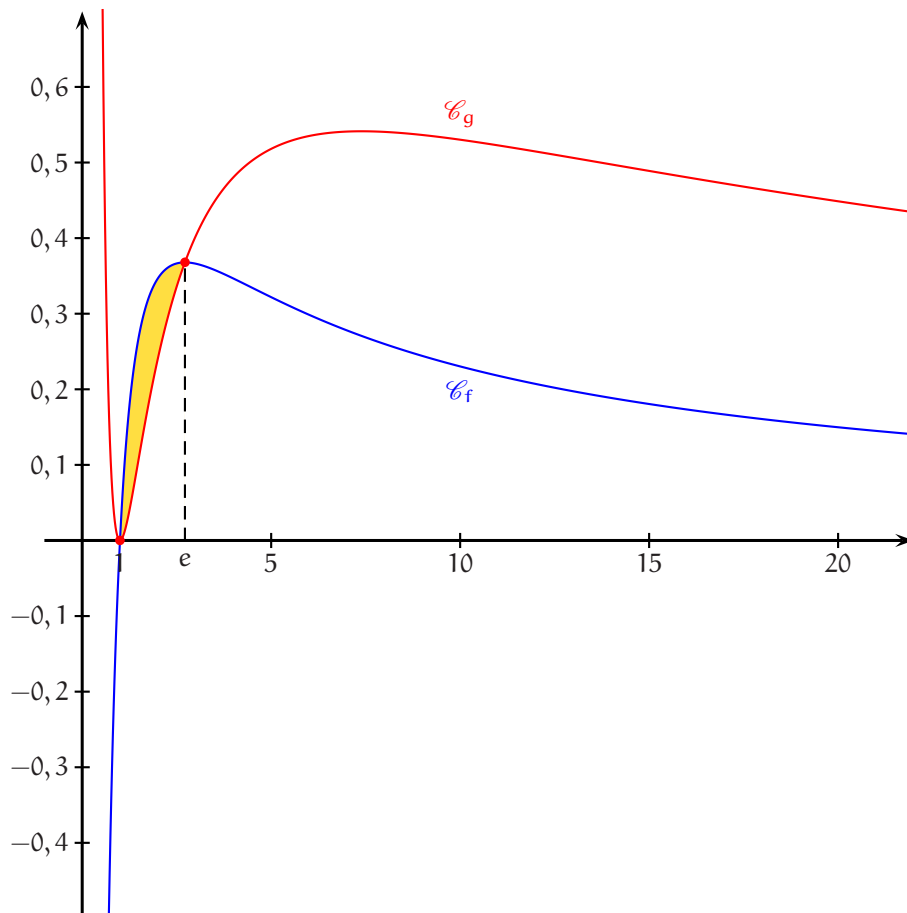
On en déduit que \mathcal{C}_f est strictement au-dessous de \mathcal{C}_g sur $]0, 1[$ et sur $]e, +\infty[$, \mathcal{C}_f est strictement au-dessus de \mathcal{C}_g sur $]1, e[$ et on retrouve le fait que les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent en leurs points d'abscisses 1 et e .

c) Voir graphique page suivante.

4) Les fonction f et g sont continues sur $[1, e]$ et de plus, pour tout réel x de $[1, e]$, on a $f(x) \geq g(x)$. Donc

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_1^e f(x) - \int_1^e g(x) \, dx = \int_1^e \frac{1}{x} \times \ln x \, dx - \int_1^e \frac{1}{x} \times (\ln x)^2 \, dx = \left[\frac{(\ln x)^2}{2} \right]_1^e - \left[\frac{(\ln x)^3}{3} \right]_1^e \\ &= \left(\frac{(\ln e)^2}{2} - \frac{(\ln 1)^2}{2} \right) - \left(\frac{(\ln e)^3}{3} - \frac{(\ln 1)^3}{3} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{6} \text{ unité d'aire.}$$



EXERCICE 2

1) L'expression complexe de r est $z' = a + e^{i\pi/2}(z - a) = -2 + i(z + 2) = iz - 2 + 2i$. Donc, puisque $J = r(B)$, en notant j l'affixe du point J , on a

$$j = i(5i) - 2 + 2i = -5 - 2 + 2i = -7 + 2i.$$

L'affixe du point J est $-7 + 2i$.

2) Le point B a pour coordonnées $(0, 5)$ et le point K a pour coordonnées $(-2, -6)$. Donc le vecteur \overrightarrow{BK} a pour coordonnées $(-2, -11)$.

De même, le point J a pour coordonnées $(-7, 2)$ et le point C a pour coordonnées $(4, 0)$. Donc le vecteur \overrightarrow{JC} a pour coordonnées $(11, -2)$. Par suite,

$$\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{JC} = (-2) \times 11 + (-11) \times (-2) = 0,$$

et donc les vecteurs \overrightarrow{BK} et \overrightarrow{JC} sont orthogonaux ou encore les droites (BK) et (JC) sont perpendiculaires.

$$BK = \|\overrightarrow{BK}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-11)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ et } JC = \|\overrightarrow{JC}\| = \sqrt{11^2 + (-2)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}. \text{ Donc } BK = JC = 5\sqrt{5}.$$

3) a) S est le milieu du segment $[BJ]$ et donc

$$s = \frac{b + j}{2} = \frac{5i - 7 + 2i}{2} = -\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i.$$

De même, T est le milieu du segment $[KC]$ et donc (en notant k l'affixe du point K)

$$t = \frac{k + c}{2} = \frac{-2 - 6i + 4}{2} = 1 - 3i.$$

L'affixe du point S est $-\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i$ et l'affixe du point T est $1 - 3i$.

b) C est l'image de B par la rotation de centre U et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Donc $c = u + e^{i\pi/2}(b - u) = u + i(b - u) = (1 - i)u + ib$ puis

$$u = \frac{c - ib}{1 - i} = \frac{4 - i(5i)}{1 - i} = \frac{9(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{9 + 9i}{1^2 + (-1)^2} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2}i.$$

L'affixe du point U est $\frac{9}{2} + \frac{9}{2}i$.

c) Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AU} sont $(\frac{13}{2}, \frac{9}{2})$ et les coordonnées du vecteur \overrightarrow{ST} sont $(\frac{9}{2}, -\frac{13}{2})$. Donc,

$$\overrightarrow{AU} \cdot \overrightarrow{ST} = \left(\frac{13}{2}\right) \times \frac{9}{2} + \frac{9}{2} \times \left(-\frac{13}{2}\right) = 0,$$

et donc les vecteurs \overrightarrow{AU} et \overrightarrow{ST} sont orthogonaux ou encore la droite (AU) est la hauteur issue de U du triangle STU .

4) On sait que $(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{AU}) = \arg\left(\frac{u - a}{c - j}\right) [2\pi]$. Or

$$\frac{u - a}{c - j} = \frac{\frac{9}{2} + \frac{9}{2}i - (-2)}{4 - (-7 + 2i)} = \frac{\frac{13}{2} + \frac{9}{2}i}{11 - 2i} = \frac{1}{2} \times \frac{(13 + 9i)(11 + 2i)}{(11 - 2i)(11 + 2i)} = \frac{1}{2} \times \frac{143 + 26i + 99i - 18}{11^2 + (-2)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{125 + 125i}{125} = \frac{1}{2}(1 + i).$$

Par suite,

$$\frac{u - a}{c - j} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/4}.$$

On en déduit que $\arg\left(\frac{u - a}{c - j}\right) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$ ou encore

$(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{AU}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$.

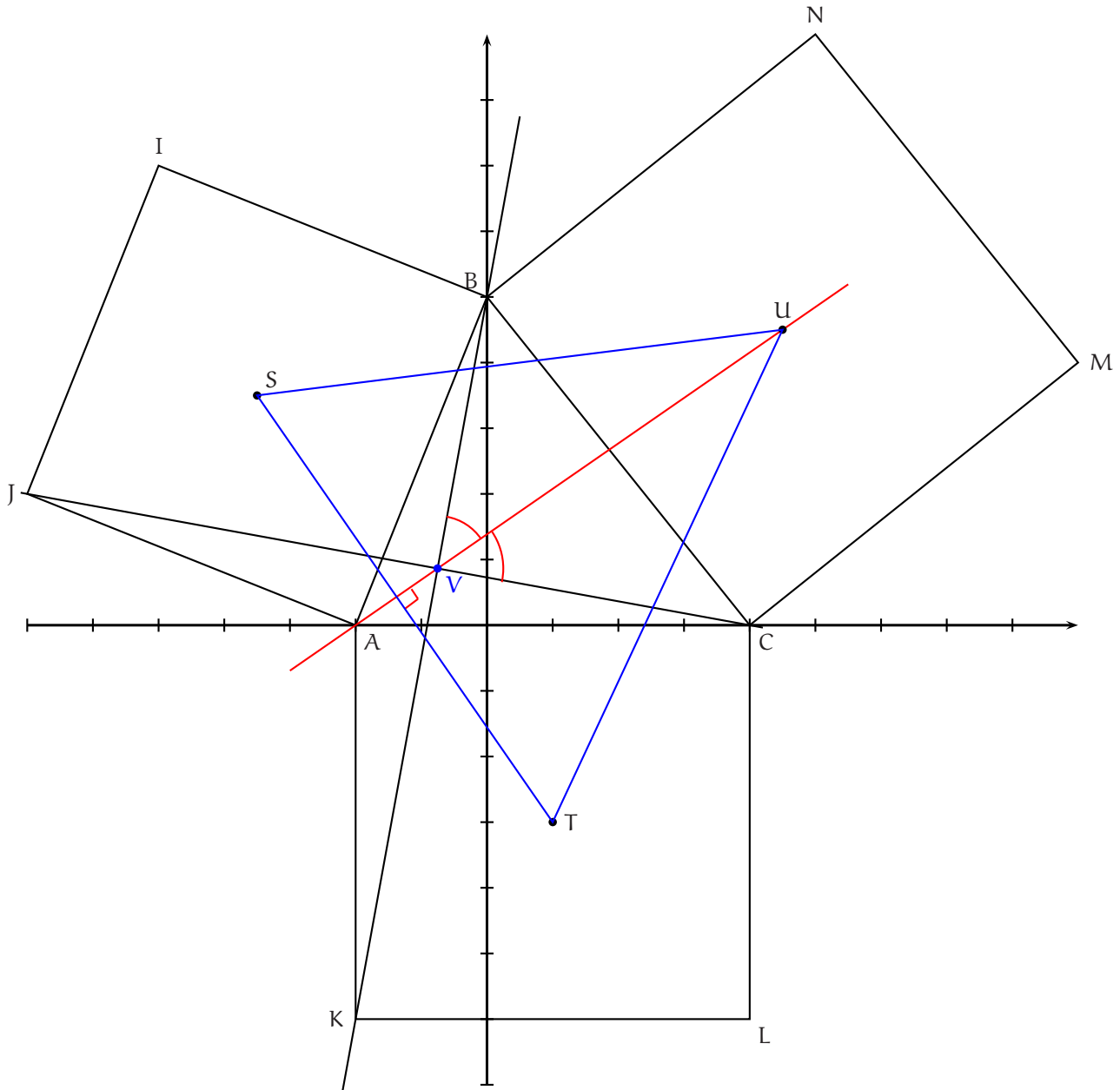
5) a) Le vecteur \overrightarrow{AV} a pour coordonnées $(1,248; 0,864)$ et le vecteur \overrightarrow{AU} a pour coordonnées $(6,5; 4,5)$.
 Or $\frac{6,5}{1,248} \times 1,248 = 6,5$ et $\frac{6,5}{1,248} \times 0,864 = 4,5$ et donc $\frac{6,5}{1,248} \overrightarrow{AV} = \overrightarrow{AU}$. On en déduit que les vecteurs \overrightarrow{AU} et \overrightarrow{AV} sont colinéaires ou encore que

les points A, V et U sont alignés.

b) D'après la question 4), $(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{AU}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$. Comme le point V appartient aux segments [JC] et [AU], on a aussi $(\overrightarrow{VC}, \overrightarrow{VU}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$ puis $\widehat{CVU} = 45^\circ$.

D'après la question 2), les segments [BK] et [JC] sont perpendiculaires. Il en est de même des segments [VC] et [VB]. Puisque le point B est de l'autre côté de C par rapport à la droite (VU), on a $\widehat{UVB} = \widehat{CVB} - \widehat{CVU} = 90 - 45 = 45^\circ$. Ainsi, la droite (VU) est la bissectrice de l'angle \widehat{BVC} et, puisque les points A, V et U sont alignés,

la droite (AU) est la bissectrice de l'angle \widehat{BVC} .



EXERCICE 3

1) a) Dans le repère $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$, le point C a pour coordonnées $(0, 1, 0)$ et le point E a pour coordonnées $(1, 0, 1)$.

Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{CE} sont donc $(1, -1, 1)$.

La droite (EC) est la droite passant par C et de vecteur directeur \overrightarrow{CE} . Une représentation paramétrique de la droite (EC) est donc

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Le vecteur \overrightarrow{AF} a pour coordonnées $(0, 1, 1)$ et le vecteur \overrightarrow{AH} a pour coordonnées $(-1, 0, 1)$. Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires et donc les points A, F et H définissent un unique plan.

Déterminons un vecteur normal au plan (AFH). Soit \vec{n} un vecteur de coordonnées (a, b, c) où a, b et c sont trois réels. Le vecteur \vec{n} est un vecteur normal au plan (AFH) si et seulement si \vec{n} n'est pas nul et \vec{n} est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (AFH) comme par exemple les vecteurs \overrightarrow{AF} et \overrightarrow{AH} .

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ -a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = -c \end{cases}.$$

Donc un vecteur normal au plan (AFH) est par exemple le vecteur \vec{n} de coordonnées $(1, -1, 1)$. Ainsi, le plan (AFH) est le plan passant par le point A de coordonnées $(1, 0, 0)$ et de vecteur normal \vec{n} de coordonnées $(1, -1, 1)$. Une équation de ce plan est $1 \times (x - 1) - 1 \times (y - 0) + 1 \times (z - 0) = 0$ ou encore $x - y + z = 1$.

Une équation du plan (AFH) est $x - y + z = 1$.

c) Soit $M(t, 1 - t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de la droite (EC).

$$M \in (\text{AFH}) \Leftrightarrow t - (1 - t) + t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

Quand $t = \frac{2}{3}$, on obtient le point I de coordonnées $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$.

Le point I a pour coordonnées $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$.

Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{IE} sont $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ et donc $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\vec{n}$. On en déduit que la droite (IE) est perpendiculaire au plan (AFH). Puisque d'autre part, le point I appartient au plan (AFH), on a montré que

le point I est le projeté orthogonal du point E sur le plan (AFH).

d) La distance d du point E au plan (AFH) est

$$d = \frac{|x_E - y_E + z_E - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{|1 - 0 + 1 - 1|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

e) Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{IH} sont $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ et les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AF} sont $(0, 1, 1)$. Donc

$$\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AF} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 0 + \left(-\frac{1}{3}\right) \times 1 + \frac{1}{3} \times 1 = 0.$$

Donc les vecteurs \overrightarrow{IH} et \overrightarrow{AF} sont orthogonaux ou encore, puisque les droites (HI) et (AF) sont coplanaires (d'après la question c)), la droite (HI) est perpendiculaire à la droite (AF).

De même, les coordonnées du vecteur \overrightarrow{HF} sont $(1, 1, 0)$ et les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AI} sont $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Donc

$$\vec{AI} \cdot \vec{HF} = \left(-\frac{1}{3}\right) \times 1 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = 0.$$

Donc les vecteurs \vec{AI} et \vec{HF} sont orthogonaux ou encore la droite (AI) est perpendiculaire à la droite (HF).

Ainsi, le point I appartient à deux des trois hauteurs du triangle AFH et donc

le point I est l'orthocentre du triangle AFH.

2) Les trois faces AEF, AEH et FEH ont une aire égale à $\frac{1}{2}$. Calculons l'aire de la face AFH.

Le volume du tétraèdre EAFH est $V = \frac{1}{3} \times EF \times \text{aire de AEH} = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Mais, d'après la question 1)d), on a aussi $V = \frac{1}{3} \times d \times \text{aire de AFH} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \text{aire de AFH} = \frac{\sqrt{3}}{9} \times \text{aire de AFH}$. Donc $\frac{\sqrt{3}}{9} \times \text{aire de AFH} = \frac{1}{6}$ puis

$$\text{aire de AFH} = \frac{1/6}{\sqrt{3}/9} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

L'aire de la face AFH n'est donc pas égale à l'aire de la face AEH et le tétraèdre EAFH n'est ni de type 1, ni de type 3.

Ensuite, la droite (AE) est perpendiculaire au plan (FEH) et est donc orthogonale à toute droite de ce plan. En particulier, l'arête [AE] est orthogonale à l'arête [HF].

De même, la droite (EH) est perpendiculaire au plan (AEF) et donc l'arête [EH] est orthogonale à l'arête [AF].

Enfin, la droite (EF) est perpendiculaire au plan (AEH) et donc l'arête [EF] est orthogonale à l'arête [AH].

En résumé, les arêtes opposées du tétraèdre EAFH sont deux à deux orthogonales et donc

le tétraèdre EAFH est de type 2.

EXERCICE 4

1) Restitution organisée de connaissances

Soient s et t deux réels positifs. Vérifions tout d'abord que $p([t, +\infty]) \neq 0$.

$$p([t, +\infty]) = 1 - p([0, t]) = 1 - p([0, t]) = 1 - \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - [-e^{-\lambda x}]_0^t = 1 - (1 - e^{-\lambda t}) = e^{-\lambda t}.$$

On a montré au passage que $F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda t}$. Ensuite, comme la fonction exponentielle ne s'annule pas sur \mathbb{R} , $p([t, +\infty]) \neq 0$ puis

$$\begin{aligned} p_{[t, +\infty]}([t, t+s]) &= \frac{p((t \leq X \leq t+s) \cap (X \geq t))}{p(X \geq t)} = \frac{p(t \leq X \leq t+s)}{1 - p(X < t)} = \frac{p(t \leq X \leq t+s)}{1 - p(X \leq t)} \quad (\text{car } p(X = t) = 0) \\ &= \frac{F(t+s) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{(1 - e^{-\lambda(t+s)}) - (1 - e^{-\lambda t})}{1 - (1 - e^{-\lambda t})} = \frac{e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda t}} = \frac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} - \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda t}} \\ &= 1 - e^{-\lambda t - \lambda s + \lambda t} = 1 - e^{-\lambda s} = F(s). \end{aligned}$$

En particulier, $p_{[t, +\infty]}([t, t+s])$ est indépendant de t .

2) La probabilité demandée est $p(X \geq 2)$.

D'après la question précédente, pour tout réel positif t , on a $p(X \geq t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,2t}$ et donc $p(X \geq 2) = e^{-0,4}$.

3) La probabilité demandée est $p_{[2, +\infty]}([6, +\infty])$.

$$p_{[2, +\infty]}([6, +\infty]) = \frac{p((X \geq 2) \cap (X \geq 6))}{p(X \geq 2)} = \frac{p(X \geq 6)}{p(X \geq 2)} = \frac{e^{-0,2 \times 6}}{e^{-0,2 \times 2}} = \frac{e^{-1,2}}{e^{-0,4}} = e^{-0,8} = 0,45 \text{ arrondi au centième.}$$

4) a) Notons Y le nombre de capteurs qui ne tombent pas en panne au cours des deux premières années. La variable aléatoire Y est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,

- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le capteur ne tombe pas en panne au cours des deux premières années » avec une probabilité $p = e^{-0,4}$ (d'après la question 2)) ou « le capteur tombe en panne au cours des deux premières années » avec une probabilité $1 - p = 1 - e^{-0,4}$.

La variable aléatoire Y suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = e^{-0,4}$.

La probabilité demandée est $p(Y = 2)$.

$$p(Y = 2) = \binom{10}{2} \times (e^{-0,4})^2 (1 - e^{-0,4})^8 = \frac{10 \times 9}{2} e^{-0,8} (1 - e^{-0,4})^8 = 45 e^{-0,8} (1 - e^{-0,4})^8 = 0,0028217 \dots$$

Donc $p(Y = 2) = 0,002822$ arrondi à la sixième décimale.

b) La probabilité que tous les capteurs tombent en panne au cours des deux premières années est

$$p(Y = 0) = \binom{10}{0} (e^{-0,4})^0 (1 - e^{-0,4})^{10} = (1 - e^{-0,4})^{10}$$

et donc la probabilité qu'au moins un appareil ne tombe pas en panne au cours des deux premières années est

$$p(Y \geq 1) = 1 - (1 - e^{-0,4})^{10} = 0,9999848 \dots$$

Donc, $p(Y \geq 1) = 0,999985$ arrondi à la sixième décimale.