BACCALAUREAT GENERAL

Session de Juin 2008
MATHEMATIQUES
- Série S -
Enseignement de Spécialité
Asie

EXERCICE 1

Partie A

1) **Faux**

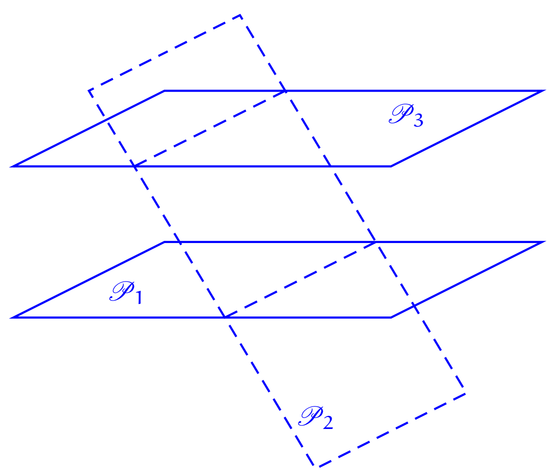
2) **Faux**

3) **Vrai**

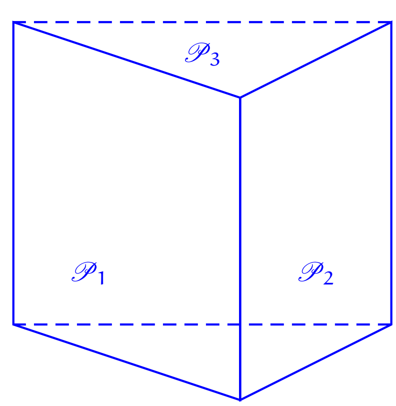
4) **Faux**

Démonstrations.

1) Si $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ sont strictement parallèles et $\mathscr{P}_2$ est sécant aux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$, on a $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ mais $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ ».

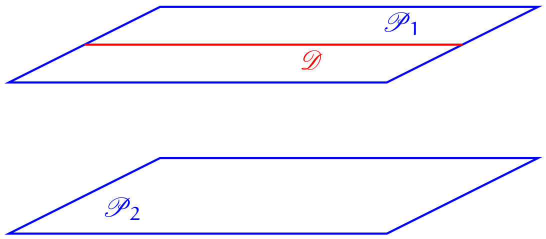


2) Le cas de trois plans deux à deux distincts et sécants, parallèles à une même droite (c'est-à dire trois plans formant un prisme droit) fournit un exemple où $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ mais $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ ».



3) $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ montre que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ sont strictement parallèles et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ montre que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants en une droite (puisque d'autre part $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont distincts). En résumé, $\mathscr{P}_2$ est sécant à $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ est strictement parallèle à $\mathscr{P}_1$ et donc $\mathscr{P}_2$ est sécant à $\mathscr{P}_3$. En particulier, $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ » implique donc l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ ».

4) Le cas où $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont strictement parallèles et $\mathscr{D}$ est contenue dans $\mathscr{P}_1$ fournit un exemple où $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ et $\mathscr{P} \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ mais $\mathscr{D} \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ ».



Partie B

1) Le plan $\mathscr{P}_1$ admet pour vecteur normal $\overrightarrow{n}_1(1, 1, -1)$ et le plan $\mathscr{P}_2$ admet pour vecteur normal $\overrightarrow{n}_2(2, 1, 1)$. Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ ne sont pas proportionnelles et donc les vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ ne sont pas colinéaires. On en déduit que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas parallèles et donc sont sécants en une droite notée Δ.

Soit $M(x, y, z)$ un point de l'espace.

$$
\begin{aligned}
M \in \Delta &\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x + y - z = 0 \\ 2x + y + z - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = -y + z \\ 2(-y + z) + y + z - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = -y + z \\ -y + 3z - 3 = 0 \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = 3z - 3 \\ x = -(3z - 3) + z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = -3 + 3z \\ x = 3 - 2z \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \text{ il existe un réel } t \text{ tel que } \left\{\begin{array}{l} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = t \end{array}\right. .
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{\text{Une représentation paramétrique de } \Delta \text{ est } \left\{\begin{array}{l} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = t \end{array}\right. , \ t \in \mathbb{R}.}
$$

2) $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ est donc l'ensemble des points $M(3 - 2t, -3 + 3t, t)$, $t \in \mathbb{R}$. Or, pour tout réel t,

$$
(3 - 2t) + 2(-3 + 3t) - 4t + 3 = -2t + 6t - 4t + 3 - 6 + 3 = 0.
$$

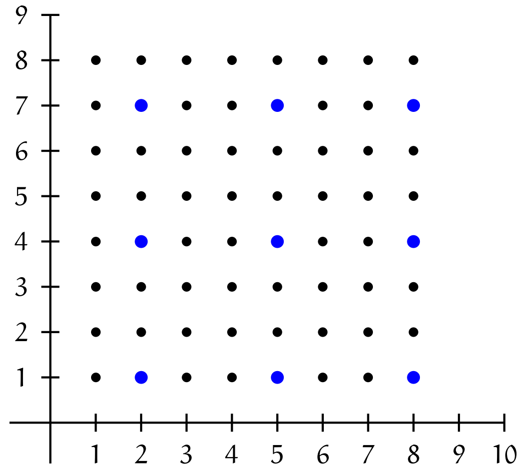
Donc tout point de $\Delta = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ est dans le plan $\mathscr{P}_3$ et finalement $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \Delta$.

$$
\boxed{\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \Delta.}
$$

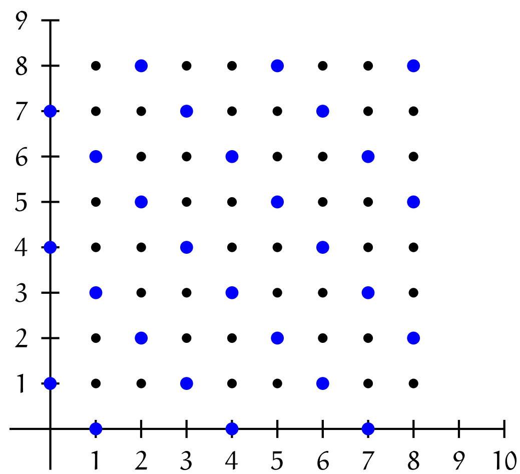
EXERCICE 2

Partie A. Représentation graphique de quelques ensembles

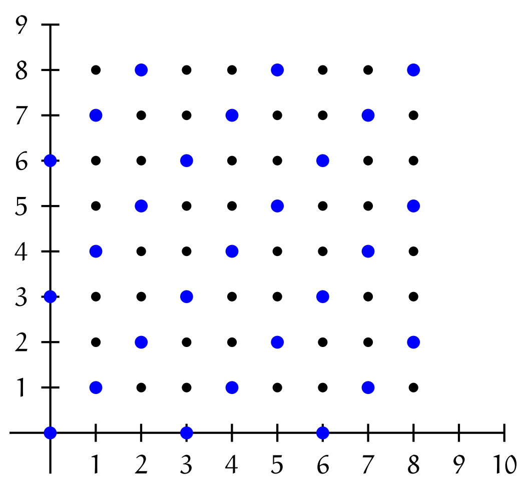
1) Ensemble des points $M(x, y)$ tels que, $0 \leqslant x \leqslant 8$, $0 \leqslant y \leqslant 8$, $x \equiv 2$ (modulo 3) et $y \equiv 1$ (modulo 3).



2) Ensemble des points $M(x, y)$ tels que, $0 \leqslant x \leqslant 8$, $0 \leqslant y \leqslant 8$, $x + y \equiv 1$ (modulo 3).



3) Ensemble des points $M(x, y)$ tels que, $0 \leqslant x \leqslant 8$, $0 \leqslant y \leqslant 8$, $x \equiv y$ (modulo 3).



Partie B. Résolution d'une équation

1) Puisque $7 \times (-1) - 4 \times (-2) = -7 + 8 = 1$, on peut prendre $(x_0, y_0) = (-1, -2)$. Le théorème de Bézout permet alors d'affirmer que les entiers 4 et 7 sont premiers entre eux.

2) Soit (x, y) un couple d'entiers relatifs.
• Si $7x-4y=1$, alors $7x-4y=7x_0-4y_0$ puis $7(x-x_0)=4(y-y_0)$. L'entier 4 divise donc l'entier $7(x-x_0)$ et puisque l'entier 4 est premier à l'entier 7, le théorème de Gauss permet d'affirmer que l'entier 4 divise l'entier $x-x_0$. Donc il existe un entier relatif k tel que $x-x_0=4k$ et donc tel que $x=x_0+4k$. De même, l'entier 7 divise $4(y-y_0)$ et donc il existe un entier relatif k' tel que $y=y_0+7k'$.
Réciproquement, soient k et k' deux entiers relatifs puis $x=x_0+4k$ et $y=y_0+7k'$.

$$7x-4y=1 \Leftrightarrow 7(x_0+4k)-4(y_0+7k')=1 \Leftrightarrow 7x_0-4y_0+4\times 7\times(k-k')=1 \Leftrightarrow 4\times 7\times(k-k')=0 \Leftrightarrow k'=k.$$

Les couples d'entiers relatifs solutions de (E) sont les couples de la forme $(-1+4k, -2+7k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

3) Soit k un entier relatif.

$$0 \leqslant -1+4k \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leqslant 4k \leqslant 5 \Leftrightarrow 0,25 \leqslant k \leqslant 1,25 \Leftrightarrow k=1.$$

Pour $k=1$, on obtient $x=-1+4=3$ et $y=-2+7=5$. Le point $M(3,5)$ est effectivement élément du réseau $R_{4,7}$.

$(x, y)=(3,5)$.

Partie C. Une propriété des points situés sur la diagonale du réseau

1) La droite d'équation $ay=bx$ passe par les points distincts $O(0,0)$ et $A(a,b)$. Une équation de la droite (OA) est donc $ay=bx$. Par suite,

les points du segment $[OA]$ sont caractérisés par : $0 \leqslant x \leqslant a$, $0 \leqslant y \leqslant b$ et $ay=bx$.

2) Supposons a et b premiers entre eux.
Soit $M(x,y)$ un point du segment $[OA]$ appartenant au réseau $R_{a,b}$. On a donc $ay=bx$. Mais alors l'entier a divise l'entier bx et comme a et b sont premiers entre eux, le théorème de Gauss permet d'affirmer que l'entier a divise l'entier x. Par suite, il existe un entier relatif k tel que $x=ka$. Maintenant,

$$0 \leqslant x \leqslant a \Leftrightarrow 0 \leqslant ka \leqslant a \Leftrightarrow 0 \leqslant k \leqslant 1 \Leftrightarrow k=0 \text{ ou } k=1 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=a.$$

Enfin, les égalités $x=0$ et $ay=bx$ fournissent $y=0$ et donc $M=O$ et les égalités $x=a$ et $ay=bx$ fournissent $y=b$ et donc $M=A$.
Réciproquement, les points O et A appartiennent au segment $[OA]$ et au réseau $R_{a,b}$.

Si a et b sont premiers entre eux, O et A sont les seuls points du segment $[OA]$ appartenant au réseau $R_{a,b}$.

3) Supposons a et b non premiers entre eux. En notant d le pgcd de a et b, on a $d>1$. On peut alors écrire $a=da'$ et $b=db'$ où a' et b' sont des entiers naturels non nuls tels que $1 \leq a' < a$ et $1 \leq b' < b$.
Considérons le point $A'(a',b')$. A' n'est ni O, ni A. On a de plus

$$ay_{A'}=ab'=da'b'=ba'=bx_{A'}.$$

Enfin $0 \leqslant x_{A'} \leqslant a$ et $0 \leqslant y_{A'} \leqslant b$. Donc A' est un point du segment $[OA]$ appartenant au réseau $R_{a,b}$ et on rappelle que A' n'est ni O ni A.

Si a et b ne sont pas premiers entre eux, le segment $[OA]$ contient au moins un autre point du réseau $R_{a,b}$.

EXERCICE 3

Partie A. Quelques propriétés

1) Soit z un nombre complexe non nul.

$$|z'| = \left|-\frac{1}{\overline{z}}\right| = \left|\frac{1}{\overline{z}}\right| = \frac{1}{|\overline{z}|} = \frac{1}{|z|}.$$

D'autre part

$$\arg(z') = \arg\left(-\frac{1}{\overline{z}}\right) = \arg\left(\frac{1}{\overline{z}}\right) + \pi = -\arg\left(\overline{z}\right) + \pi = \arg(z) + \pi \quad [2\pi].$$

$$\boxed{\text{Pour tout nombre complexe non nul } z,\ |z'| = \frac{1}{|z|} \text{ et } \arg(z') = \arg(z) + \pi \quad [2\pi].}$$

2) Soit z un nombre complexe non nul. On a alors $M \neq O$ et $M' \neq O$ puis

$$\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM'}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM}\right) = \arg(z') - \arg(z) = \pi \quad [2\pi]$$

Ainsi, $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = \pi \quad [2\pi]$ et on en déduit que

$$\boxed{\text{pour tout nombre complexe non nul } z, \text{ les points } O, M \text{ et } M' \text{ sont alignés.}}$$

3) Soit z un nombre complexe non nul.

$$\overline{z'+1} = \overline{\left(-\frac{1}{\overline{z}} + 1\right)} = -\frac{1}{\overline{\overline{z}}} + 1 = -\frac{1}{z} + 1 = \frac{1}{z}(z-1).$$

$$\boxed{\text{Pour tout nombre complexe non nul } z,\ \overline{z'+1} = \frac{1}{z}(z-1).}$$

Partie B. Construction de l'image d'un point

1) $\mathscr{C}$ est le cercle de centre A et de rayon 1.

2) a) Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de O. On a donc $z \neq 0$ et $|z-1| = 1$. D'après les questions A-3) puis A-1), on a

$$|z'+1| = \left|\frac{1}{z}(z-1)\right| = \frac{1}{|z|}|z-1| = \frac{1}{|z|} = |z'|.$$

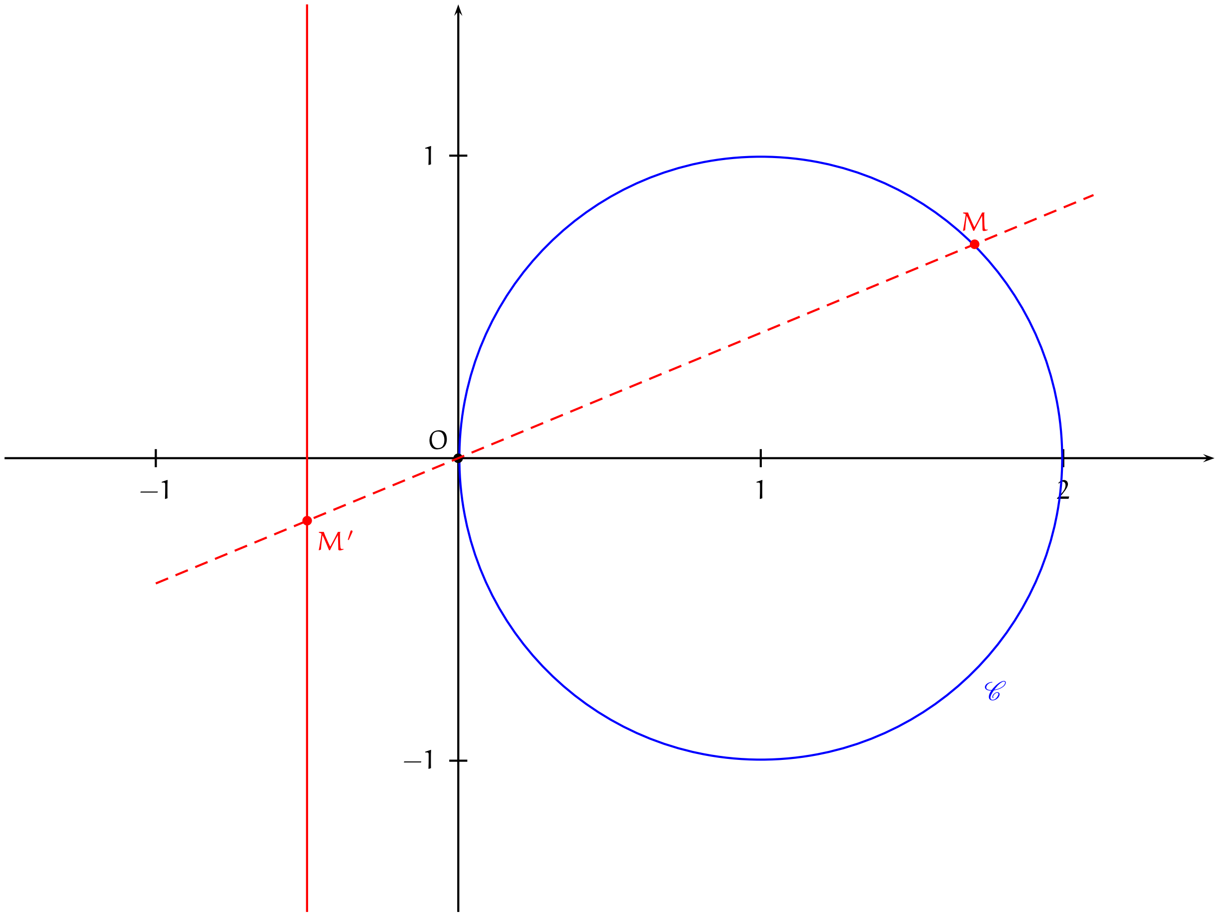
Cette égalité s'écrit encore $|z' - z_B| = |z'|$ et donc $BM' = OM'$. Ceci signifie que M' est sur la médiatrice du segment $[BO]$.

$$\boxed{\text{Si } M \text{ est un point de } \mathscr{C} \text{ distinct de } O,\ M' \text{ est sur la médiatrice du segment } [OB].}$$

b) Réciproquement, si $|z'+1| = |z'|$, alors $\dfrac{1}{|z|}|z-1| = \dfrac{1}{|z|}$ puis $|z-1| = 1$ car $\dfrac{1}{|z|} \neq 0$.

$$\boxed{\text{Si } M' \text{ est sur la médiatrice du segment } [OB],\ M \text{ est un point de } \mathscr{C} \text{ distinct de } O.}$$

3) Soit M un point de $\mathscr{C}$. Le point M' est sur la médiatrice du segment $[BO]$ qui est la droite d'équation $x = -\dfrac{1}{2}$. De plus les points O, M et M' sont alignés. On en déduit une construction du point M' (voir figure page suivante).


1
−1
O
1
2
−1
M
M′
𝒞

EXERCICE 4

Partie A. Restitution organisée de connaissances

Pour tout réel non nul x, on a $xe^{-x} = \dfrac{x}{e^x} = \dfrac{1}{e^x/x}$. On sait que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$. On en déduit que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x/x} = 0$ et donc que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$.

Partie B. Etude d'une fonction

1) • Dérivée.
La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. De plus, pour tout réel x,

$$f'(x) = 1 \times e^{-x} + (x+1) \times (-1) \times e^{-x} = e^{-x} - (x+1)e^{-x} = (1-x-1)e^{-x} = -xe^{-x}.$$

• Signe de f' et sens de variation de f.
Pour tout réel x, on a $e^{-x} > 0$. On en déduit que pour tout réel x, $f'(x)$ est du signe de $-x$. Par suite, la fonction f' est strictement positive sur $]-\infty, 0[$, strictement négative sur $]0, +\infty[$ et s'annule en 0. On en déduit que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty, 0]$ et strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.

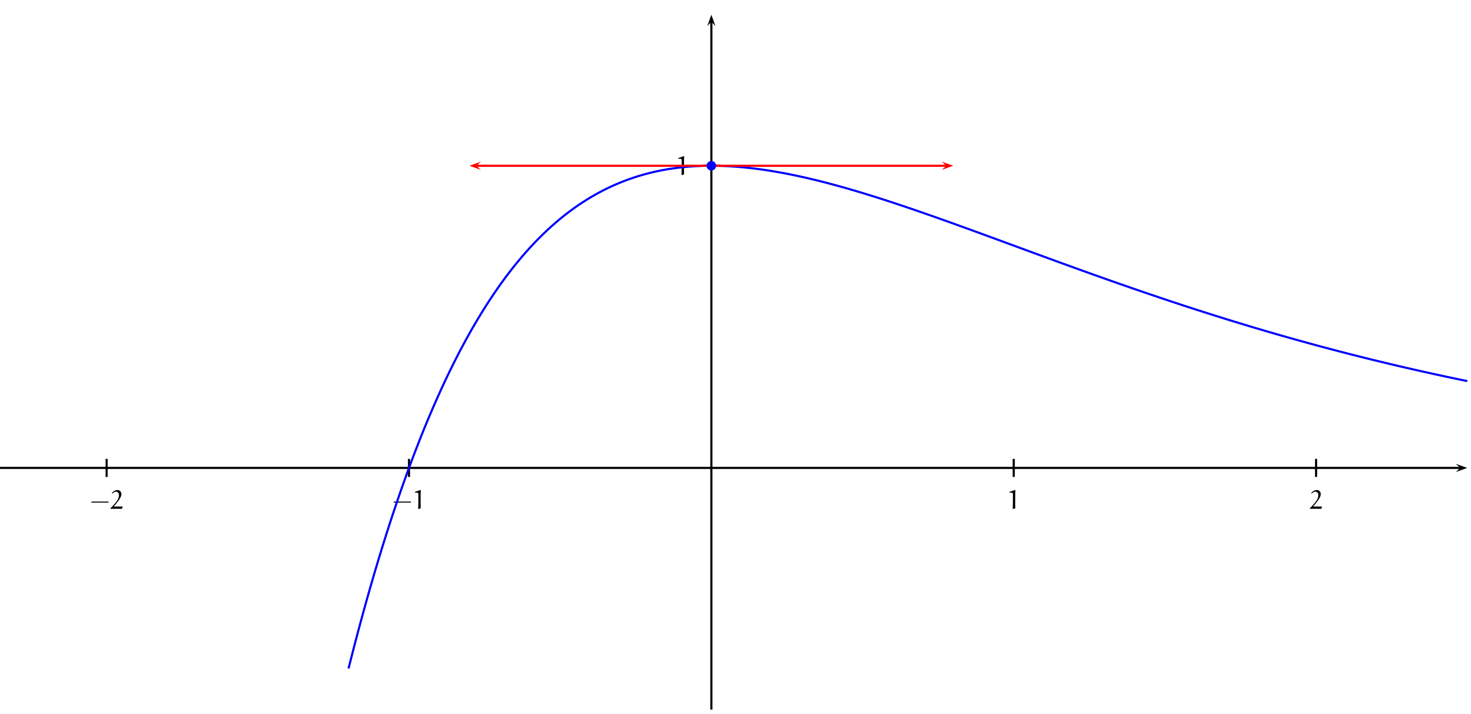
• Limite de f en $-\infty$.
On a $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} (x+1) = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = \lim_{X\to+\infty} e^X = +\infty$. Par suite, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x+1)e^{-x} = -\infty$.

• Limite de f en $+\infty$.
Pour tout réel x, on a $f(x) = xe^{-x} + e^{-x}$. Or $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim_{X\to-\infty} e^X = 0$ et d'autre part, d'après le théorème de croissances comparées rappelé dans la partie A, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$. On en déduit que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} xe^{-x} + e^{-x} = 0$.

• Tableau de variation de f.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

2)



Partie C. Etude d'une famille de fonctions

1) a) Pour tout réel x, on a $f_0(x) = (x+1)e^0 = x+1$. f_0 est donc une fonction affine.

b) Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_0$ et $\mathscr{C}_1$ sont les solutions de l'équation $f_0(x) = f_1(x)$. Or, pour tout réel x,

$$f_0(x) = f_1(x) \Leftrightarrow x+1 = (x+1)e^x \Leftrightarrow (x+1)(e^x-1) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \text{ ou } e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 0.$$

Maintenant, $f_0(-1) = f_1(-1) = 0$ et $f_0(0) = f_1(0) = 1$. Par suite

Les points d'intersection de $\mathscr{C}_0$ et $\mathscr{C}_1$ sont les points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$.

Soit k un entier relatif. $f_k(x_A) = f_k(-1) = (-1+1)e^{-k} = 0 = y_A$ et $f_k(x_B) = f_k(0) = (0+1)e^0 = 1 = y_B$. Donc

Les points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$ appartiennent à toutes les courbes $\mathscr{C}_k$, $k \in \mathbb{R}$.

2) Etudions le signe de $(x+1)(e^x-1)$ dans un tableau.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
e^x-1		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(e^x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Soit k un entier relatif. La position relative de $\mathscr{C}_k$ et $\mathscr{C}_{k+1}$ est fournie par le signe de $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ suivant les valeurs de x. Or pour tout réel x,

$$f_{k+1}(x) - f_k(x) = (x+1)e^{(k+1)x} - (x+1)e^{kx} = (x+1)(e^x-1)e^{kx}.$$

Comme pour tout réel x, on a $e^{kx} > 0$, $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ est du signe de $(x+1)(e^x-1)$ pour tout réel x. Ce signe a été étudié plus haut et on en déduit que

pour tout entier relatif k, $\mathscr{C}_{k+1}$ est strictement au-dessus de $\mathscr{C}_k$ sur $]-\infty,-1[$ et sur $]0,+\infty[$, strictement au-dessous sur $]0,1[$, et enfin $\mathscr{C}_k$ et $\mathscr{C}_{k+1}$ se coupent aux points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$.

3) Soit k un entier relatif non nul. f_k est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x

$$f'_k(x) = 1 \times e^{kx} + (x+1) \times k \times e^{kx} = (1 + k(x+1))\, e^{kx} = (kx+k+1)e^{kx}.$$

Pour tout réel x, on a $e^{kx} > 0$. Par suite, pour tout réel x, $f'_k(x)$ est du signe de $kx+k+1$. Le signe d'une fonction affine étant connu, on en déduit le tableau de variations de f suivant les valeurs de k :

$k < 0$

x	$-\infty$		$-(k+1)/k$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f_k		$\nearrow$	$-\dfrac{e^{-(k+1)}}{k}$	$\searrow$	

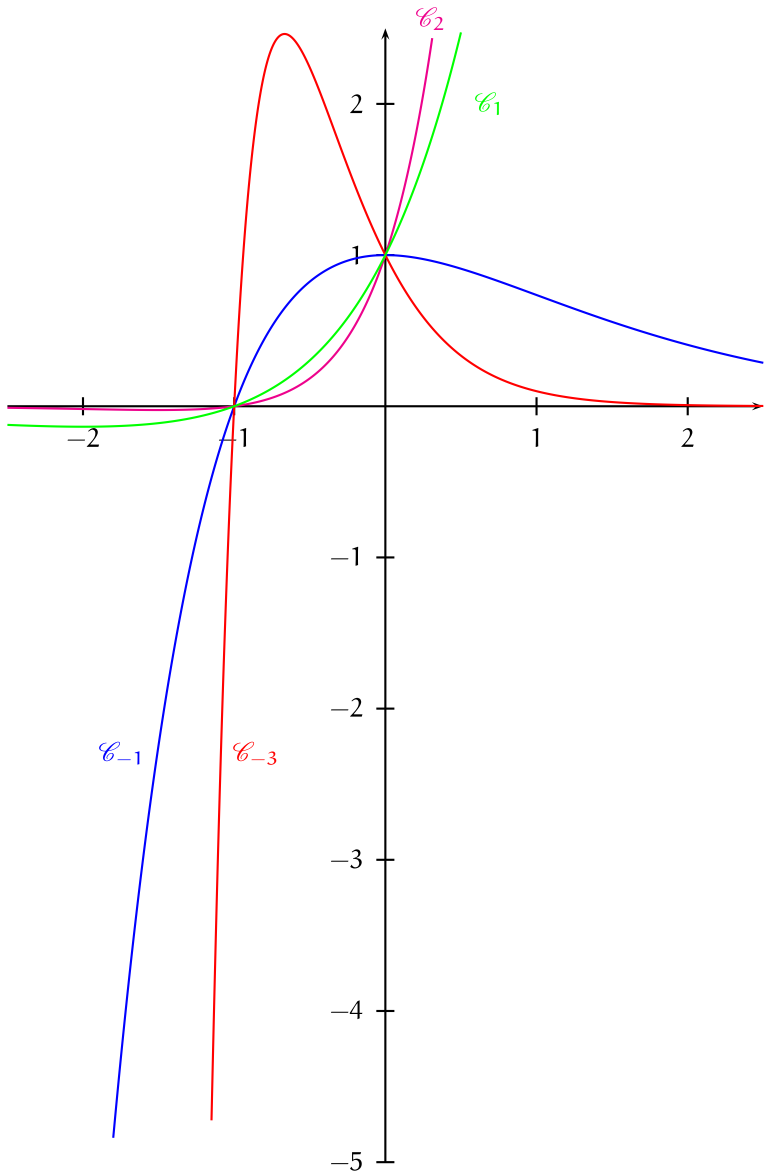
$k > 0$

x	$-\infty$		$-(k+1)/k$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f_k		$\searrow$	$-\dfrac{e^{-(k+1)}}{k}$	$\nearrow$	

4) $\mathscr{E}$ et $\mathscr{F}$ sont dans le cas $k < 0$ et d'après la partie B, $\mathscr{E} = \mathscr{C}_{-1}$. Donc $\mathscr{F} = \mathscr{C}_{-3}$.
Ensuite, $\mathscr{C}_2$ est strictement au-dessus de $\mathscr{C}_1$ sur $]0,+\infty[$ et donc $\mathscr{K} = \mathscr{C}_2$ et $\mathscr{H} = \mathscr{C}_1$.

$\mathscr{E} = \mathscr{C}_{-1}$, $\mathscr{F} = \mathscr{C}_{-3}$, $\mathscr{H} = \mathscr{C}_1$ et $\mathscr{K} = \mathscr{C}_2$.

Voir graphique page suivante.


$\mathscr{C}_2$
$\mathscr{C}_1$
$\mathscr{C}_{-1}$
$\mathscr{C}_{-3}$
2
1
−2
−1
1
2
−1
−2
−3
−4
−5

Partie D. Calcul d'une aire plane

1) Soit λ un réel. Les deux fonctions $u : x \mapsto x+1$ et $v : x \mapsto -e^{-x}$ sont définies et dérivables sur le segment $[0,\lambda]$ et pour tout réel x de $[0,\lambda]$, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^{-x}$. De plus, les fonctions u' et v' sont continues sur le segment $[0,\lambda]$. On peut donc effectuer une intégration par parties et en posant

$$\begin{array}{ll} u(x) = x+1 & v(x) = -e^{-x} \\ u'(x) = 1 & v'(x) = e^{-x} \end{array}$$

on obtient

$$\begin{aligned}\int_0^\lambda (x+1)e^{-x}\,dx &= \left[(x+1)\times(-e^{-x})\right]_0^\lambda - \int_0^\lambda 1\times(-e^{-x})\,dx = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + (0+1)e^0 + \int_0^\lambda e^{-x}\,dx \\ &= -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 + \left[-e^{-x}\right]_0^\lambda = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 + (-e^{-\lambda}+1) = 2-(\lambda+2)e^{-\lambda}.\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel strictement positif } \lambda,\ \int_0^\lambda f(x)\,dx = 2-(\lambda+2)e^{-\lambda}.}$$

2) Pour tout réel λ, on a $\mathscr{A}(\lambda) = 2 - \lambda e^{-\lambda} - 2e^{-\lambda}$. Or, $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \lambda e^{-\lambda} = 0$ et $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} e^{-\lambda} = 0$. Donc

$$\boxed{\lim_{\lambda\to+\infty} \mathscr{A}(\lambda) = 2.}$$

La fonction f est continue et positive sur le segment $[0,1]$. Donc $\mathscr{A}(\lambda)$ est l'aire du domaine du plan compris entre les droites d'équation $x=0$ et $x=\lambda$, l'axe des abscisses et la courbe représentative de f, exprimée en unités d'aires.
$\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mathscr{A}(\lambda)$ est donc l'aire du domaine infini compris entre l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe représentative de f.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{L'aire du domaine infini compris entre l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe représentative de } f \\ \text{est égale à 2 unités d'aire.}\end{array}}$$