BACCALAUREAT GENERAL

Session de Juin 2008

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Asie

EXERCICE 1

Partie A

1) **Faux**

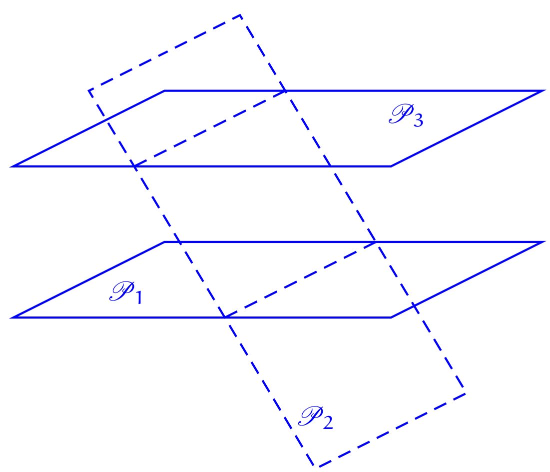
2) **Faux**

3) **Vrai**

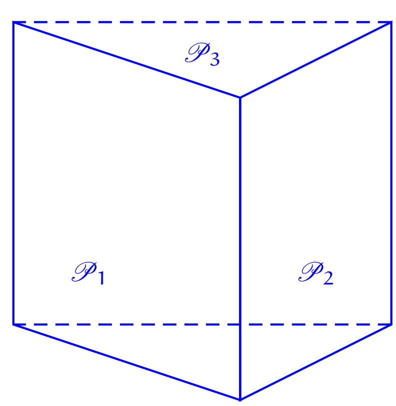
4) **Faux**

Démonstrations.

1) Si $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ sont strictement parallèles et $\mathscr{P}_2$ est sécant aux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$, on a $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ mais $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$ ».



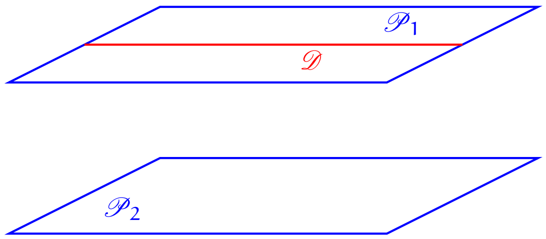
2) Le cas de trois plans deux à deux distincts et sécants, parallèles à une même droite (c'est-à dire trois plans formant un prisme droit) fournit un exemple où $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ mais $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ ».



 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

3) $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ montre que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ sont strictement parallèles et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ montre que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants en une droite (puisque d'autre part $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont distincts). En résumé, $\mathscr{P}_2$ est sécant à $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_3$ est strictement parallèle à $\mathscr{P}_1$ et donc $\mathscr{P}_2$ est sécant à $\mathscr{P}_3$. En particulier, $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 \neq \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_3 = \varnothing$ » implique donc l'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \neq \varnothing$ ».

4) Le cas où $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont strictement parallèles et $\mathscr{D}$ est contenue dans $\mathscr{P}_1$ fournit un exemple où $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ mais $\mathscr{D} \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$. L'affirmation « $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ et $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \varnothing$ » n'implique donc pas l'affirmation « $\mathscr{P}_2 \cap \mathscr{D} \neq \varnothing$ ».



Partie B

1) Le plan $\mathscr{P}_1$ admet pour vecteur normal $\overrightarrow{n}_1(1,1,-1)$ et le plan $\mathscr{P}_2$ admet pour vecteur normal $\overrightarrow{n}_2(2,1,1)$. Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ ne sont pas proportionnelles et donc les vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ ne sont pas colinéaires. On en déduit que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas parallèles et donc sont sécants en une droite notée Δ.

Soit $M(x,y,z)$ un point de l'espace.

$$
\begin{aligned}
M \in \Delta &\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y-z=0 \\ 2x+y+z-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-y+z \\ 2(-y+z)+y+z-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-y+z \\ -y+3z-3=0 \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y=3z-3 \\ x=-(3z-3)+z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y=-3+3z \\ x=3-2z \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \text{ il existe un réel } t \text{ tel que } \left\{\begin{array}{l} x=3-2t \\ y=-3+3t \\ z=t \end{array}\right. .
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{\text{Une représentation paramétrique de } \Delta \text{ est } \left\{\begin{array}{l} x=3-2t \\ y=-3+3t \\ z=t \end{array}\right. ,\ t \in \mathbb{R}.}
$$

2) $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ est donc l'ensemble des points $M(3-2t,-3+3t,t)$, $t \in \mathbb{R}$. Or, pour tout réel t,

$$(3-2t)+2(-3+3t)-4t+3=-2t+6t-4t+3-6+3=0.$$

Donc tout point de $\Delta = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2$ est dans le plan $\mathscr{P}_3$ et finalement $\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 = \Delta$.

$$\boxed{\mathscr{P}_1 \cap \mathscr{P}_2 \cap \mathscr{P}_3 = \Delta.}$$

© Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

EXERCICE 2

1) Mise en évidence d'une relation de récurrence

a) L'énoncé fournit $p(E_1) = \dfrac{2}{5}$ et donc $p(\overline{E_1}) = 1 - \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{5}$. Ensuite

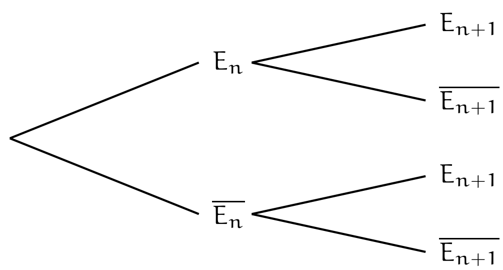
- si l'événement E_1 est réalisé, le sac S_2 contient 2 billes jaunes et 3 billes vertes. On a donc $p_{E_1}(E_2) = \dfrac{3}{5}$;
- si l'événement $\overline{E_1}$ est réalisé, le sac S_2 contient 3 billes jaunes et 2 biles vertes. On a donc $p_{\overline{E_1}}(E_2) = \dfrac{2}{5}$.

La formule des probabilités totales permet alors d'écrire

$$p(E_2) = p(E_1 \cap E_2) + p(\overline{E_1} \cap E_2) = p(E_1) \times p_{E_1}(E_2) + p(\overline{E_1}) \times p_{\overline{E_1}}(E_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{25}.$$

$$\boxed{p(E_2) = \frac{12}{25}.}$$

b) Représentons la situation par un arbre.



La formule des probabilités totales permet alors d'écrire

$$\begin{aligned}
p(E_{n+1}) &= p(E_n \cap E_{n+1}) + p(\overline{E_n} \cap E_{n+1}) = p(E_n) \times p_{E_n}(E_{n+1}) + p(\overline{E_n}) \times p_{\overline{E_n}}(E_{n+1}) \\
&= p(E_n) \times \frac{3}{5} + p(\overline{E_n}) \times \frac{2}{5} = p(E_n) \times \frac{3}{5} + (1 - p(E_n)) \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}p(E_n) + \frac{2}{5}.
\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Pour tout entier naturel non nul } n,\ p(E_{n+1}) = \frac{1}{5}p(E_n) + \frac{2}{5}.}$$

2) Etude d'une suite

a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel non nul n, on a $u_n \leqslant \dfrac{1}{2}$.

- $u_1 = \dfrac{2}{5} = 0,4$ et donc $u_1 \leqslant \dfrac{1}{2}$. L'inégalité à démontrer est donc vraie quand $n = 1$.
- Soit $n \geqslant 1$. Supposons que $u_n \leqslant \dfrac{1}{2}$. Alors

$$u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} \leqslant \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ et donc } u_{n+1} \leqslant \frac{1}{2}.$$

On a montré par récurrence que

$$\boxed{\text{pour tout entier naturel non nul } n,\ u_n \leqslant \frac{1}{2}.}$$

b) Soit n un entier naturel non nul.

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}\right) - u_n = -\frac{4}{5}u_n + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$$

 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

Mais alors, puisque $\dfrac{1}{2} - u_n \geq 0$ d'après la question a), on a $u_{n+1} - u_n \geq 0$.

Ainsi, pour tout entier naturel non nul n, on a $u_{n+1} \geq u_n$ et donc

$$\boxed{\text{la suite } (u_n)_{n\geq 1} \text{ est croissante.}}$$

c) La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est croissante et majorée par $\dfrac{1}{2}$. On en déduit que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ converge vers un certain réel que l'on note ℓ.

Maintenant, pour tout entier naturel non nul n, on a $u_{n+1} = \dfrac{1}{5}u_n + \dfrac{2}{5}$. Quand n tend vers $+\infty$, on obtient $\ell = \dfrac{1}{5}\ell + \dfrac{2}{5}$ puis $\dfrac{4}{5}\ell = \dfrac{2}{5}$ et enfin $\ell = \dfrac{1}{2}$. Donc

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}.}$$

3) Evolution des probabilités $p(E_n)$.

a) Les questions 1) et 2) montrent que la suite $(p(E_n))_{n\geq 1}$ est croissante et tend vers $\dfrac{1}{2}$.

b) Puisque l'énoncé ne fait pas calculer u_n en fonction de n, on peut espérer que l'encadrement soit obtenu rapidement. La machine fournit

n	$p(E_n)$
1	0,4
2	0,48
3	0,496
4	0,499 2
5	0,499 84
6	0,499 968
7	0,499 993 6

$$\boxed{\text{Le plus petit entier cherché est 7.}}$$

Ainsi, pour $n \leq 6$, on a $p(E_n) < 0{,}499\,99$ et de plus $0{,}499\,99 \leq p(E_7) \leq 0,5$. Mais alors, puisque la suite $(p(E_n))$ est croissante et majorée par $0,5$,

$$\boxed{\text{pour tout entier naturel non nul } n,\ (0{,}499\,99 \leq p(E_n) \leq 0,5 \Leftrightarrow n \geq 7).}$$

 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

EXERCICE 3

Partie A. Quelques propriétés

1) Soit z un nombre complexe non nul.

$$|z'| = \left|-\frac{1}{\overline{z}}\right| = \left|\frac{1}{\overline{z}}\right| = \frac{1}{|\overline{z}|} = \frac{1}{|z|}.$$

D'autre part

$$\arg(z') = \arg\left(-\frac{1}{\overline{z}}\right) = \arg\left(\frac{1}{\overline{z}}\right) + \pi = -\arg(\overline{z}) + \pi = \arg(z) + \pi \quad [2\pi].$$

$$\boxed{\text{Pour tout nombre complexe non nul } z,\ |z'| = \frac{1}{|z|} \text{ et } \arg(z') = \arg(z) + \pi \quad [2\pi].}$$

2) Soit z un nombre complexe non nul. On a alors $M \neq O$ et $M' \neq O$ puis

$$\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM'}\right) - \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM}\right) = \arg(z') - \arg(z) = \pi \quad [2\pi]$$

Ainsi, $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}\right) = \pi \quad [2\pi]$ et on en déduit que

$$\boxed{\text{pour tout nombre complexe non nul } z, \text{ les points } O, M \text{ et } M' \text{ sont alignés.}}$$

3) Soit z un nombre complexe non nul.

$$\overline{z' + 1} = \overline{\left(-\frac{1}{\overline{z}} + 1\right)} = -\frac{1}{\overline{\overline{z}}} + 1 = -\frac{1}{z} + 1 = \frac{1}{z}(z - 1).$$

$$\boxed{\text{Pour tout nombre complexe non nul } z,\ \overline{z' + 1} = \frac{1}{z}(z - 1).}$$

Partie B. Construction de l'image d'un point

1) $\mathscr{C}$ est le cercle de centre A et de rayon 1.

2) a) Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de O. On a donc $z \neq 0$ et $|z - 1| = 1$. D'après les questions A-3) puis A-1), on a

$$|z' + 1| = \left|\overline{(z' + 1)}\right| = \left|\frac{1}{z}(z - 1)\right| = \frac{1}{|z|}|z - 1| = \frac{1}{|z|} = |z'|.$$

Cette égalité s'écrit encore $|z' - z_B| = |z'|$ et donc $BM' = OM'$. Ceci signifie que M' est sur la médiatrice du segment [BO].

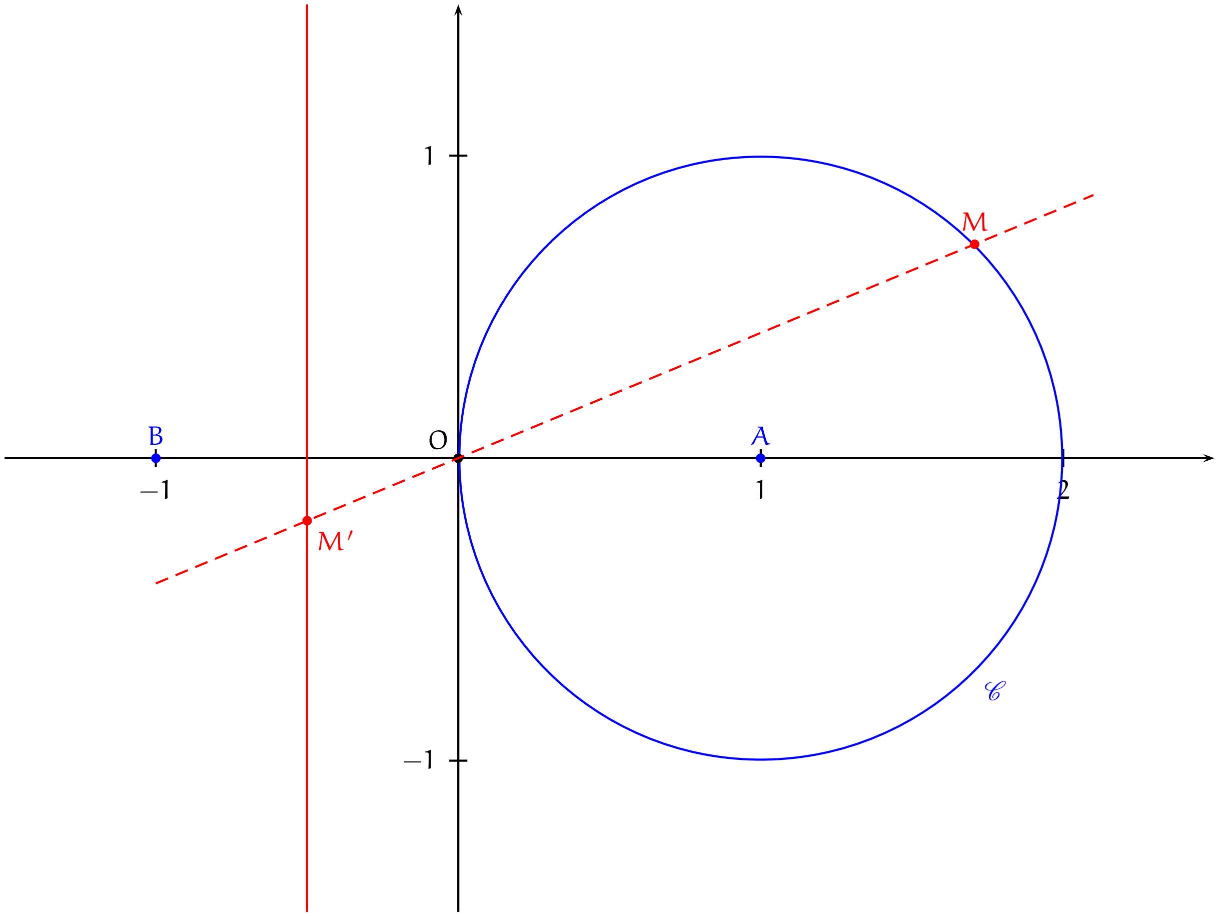
$$\boxed{\text{Si } M \text{ est un point de } \mathscr{C} \text{ distinct de } O,\ M' \text{ est sur la médiatrice du segment } [OB].}$$

b) Réciproquement, si $|z' + 1| = |z'|$, alors $\frac{1}{|z|}|z - 1| = \frac{1}{|z|}$ puis $|z - 1| = 1$ car $\frac{1}{|z|} \neq 0$.

$$\boxed{\text{Si } M' \text{ est sur la médiatrice du segment } [OB],\ M \text{ est un point de } \mathscr{C} \text{ distinct de } O.}$$

3) Soit M un point de $\mathscr{C}$. Le point M' est sur la médiatrice du segment [BO] qui est la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$. De plus les points O, M et M' sont alignés. On en déduit une construction du point M' (voir figure page suivante).

 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.



 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

EXERCICE 4

Partie A. Restitution organisée de connaissances

Pour tout réel non nul x, on a $xe^{-x} = \dfrac{x}{e^x} = \dfrac{1}{e^x/x}$. On sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$. On en déduit que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x/x} = 0$ et donc que $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$.

Partie B. Etude d'une fonction

1) • Dérivée.
La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. De plus, pour tout réel x,

$$f'(x) = 1 \times e^{-x} + (x+1) \times (-1) \times e^{-x} = e^{-x} - (x+1)e^{-x} = (1-x-1)e^{-x} = -xe^{-x}.$$

• Signe de f' et sens de variation de f.
Pour tout réel x, on a $e^{-x} > 0$. On en déduit que pour tout réel x, $f'(x)$ est du signe de $-x$. Par suite, la fonction f' est strictement positive sur $]-\infty, 0[$, strictement négative sur $]0, +\infty[$ et s'annule en 0. On en déduit que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty, 0]$ et strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.

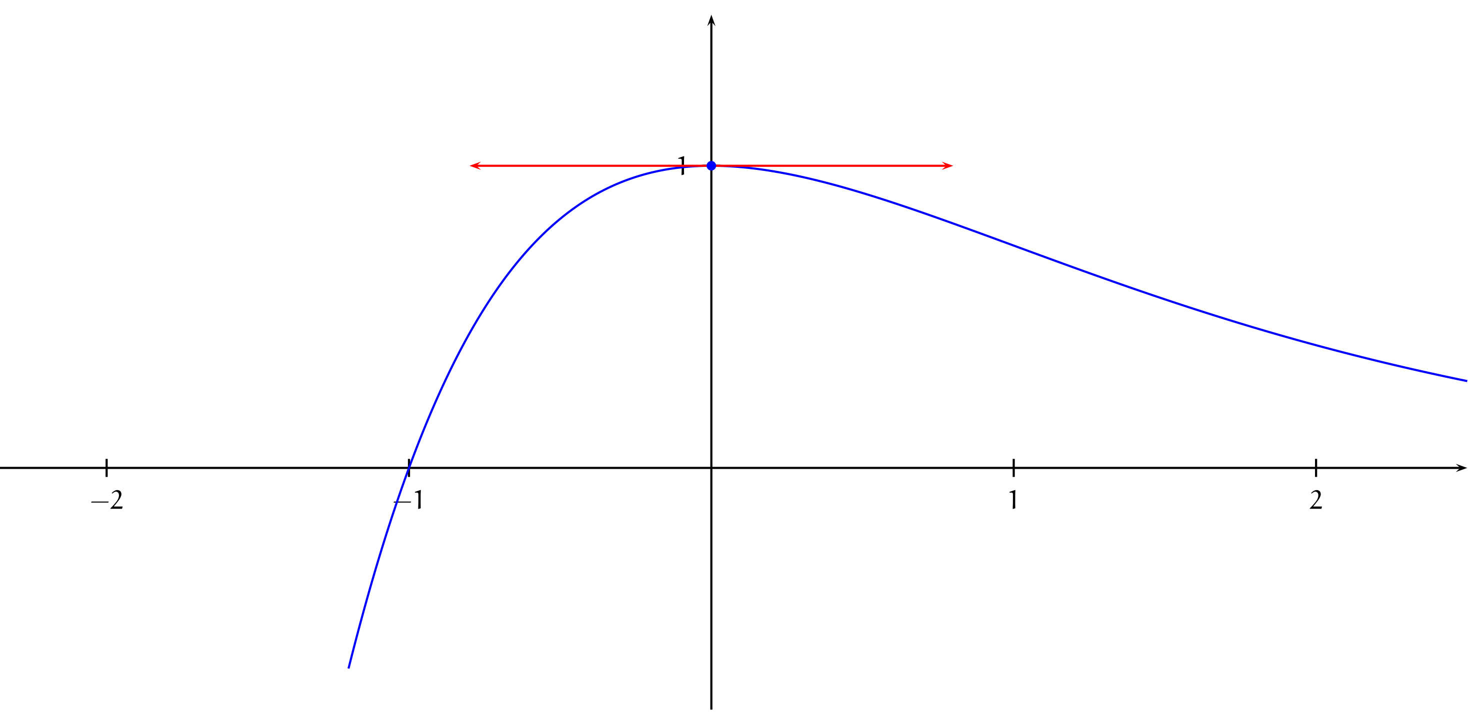
• Limite de f en $-\infty$.
On a $\lim\limits_{x\to-\infty} (x+1) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = \lim\limits_{X\to+\infty} e^{X} = +\infty$. Par suite, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x+1)e^{-x} = -\infty$.

• Limite de f en $+\infty$.
Pour tout réel x, on a $f(x) = xe^{-x} + e^{-x}$. Or $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim\limits_{X\to-\infty} e^{X} = 0$ et d'autre part, d'après le théorème de croissances comparées rappelé dans la partie A, $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$. On en déduit que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} + e^{-x} = 0$.

• Tableau de variation de f.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	1	$\searrow$	
	$-\infty$				0

2)



 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

Partie C. Etude d'une famille de fonctions

1) a) Pour tout réel x, on a $f_0(x) = (x+1)e^0 = x+1$. f_0 est donc une fonction affine.

b) Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_0$ et $\mathscr{C}_1$ sont les solutions de l'équation $f_0(x) = f_1(x)$. Or, pour tout réel x,

$$f_0(x) = f_1(x) \Leftrightarrow x+1 = (x+1)e^x \Leftrightarrow (x+1)(e^x - 1) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \text{ ou } e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 0.$$

Maintenant, $f_0(-1) = f_1(-1) = 0$ et $f_0(0) = f_1(0) = 1$. Par suite

Les points d'intersection de $\mathscr{C}_0$ et $\mathscr{C}_1$ sont les points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$.

Soit k un entier relatif. $f_k(x_A) = f_k(-1) = (-1+1)e^{-k} = 0 = y_A$ et $f_k(x_B) = f_k(0) = (0+1)e^0 = 1 = y_B$. Donc

Les points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$ appartiennent à toutes les courbes $\mathscr{C}_k$, $k \in \mathbb{R}$.

2) Etudions le signe de $(x+1)(e^x - 1)$ dans un tableau.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$e^x - 1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)(e^x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Soit k un entier relatif. La position relative de $\mathscr{C}_k$ et $\mathscr{C}_{k+1}$ est fournie par le signe de $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ suivant les valeurs de x. Or pour tout réel x,

$$f_{k+1}(x) - f_k(x) = (x+1)e^{(k+1)x} - (x+1)e^{kx} = (x+1)e^{kx} \times e^x - (x+1)e^{kx} = (x+1)(e^x - 1)e^{kx}.$$

Comme pour tout réel x, on a $e^{kx} > 0$, $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ est du signe de $(x+1)(e^x - 1)$ pour tout réel x. Ce signe a été étudié plus haut et on en déduit que

pour tout entier relatif k, $\mathscr{C}_{k+1}$ est strictement au-dessus de $\mathscr{C}_k$ sur $]-\infty,-1[$ et sur $]0,+\infty[$, strictement au-dessous sur $]0,1[$, et enfin $\mathscr{C}_k$ et $\mathscr{C}_{k+1}$ se coupent aux points $A(-1,0)$ et $B(0,1)$.

3) Soit k un entier relatif non nul. f_k est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x

$$f_k'(x) = 1 \times e^{kx} + (x+1) \times k \times e^{kx} = (1 + k(x+1))\, e^{kx} = (kx + k + 1)e^{kx}.$$

Pour tout réel x, on a $e^{kx} > 0$. Par suite, pour tout réel x, $f_k'(x)$ est du signe de $kx + k + 1$. Le signe d'une fonction affine étant connu, on en déduit le tableau de variations de f suivant les valeurs de k :

$k < 0$

x	$-\infty$		$-(k+1)/k$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$+$	0	$-$	
f_k		$\nearrow$	$-\dfrac{e^{-(k+1)}}{k}$	$\searrow$	

$k > 0$

x	$-\infty$		$-(k+1)/k$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$-$	0	$+$	
f_k		$\searrow$	$-\dfrac{e^{-(k+1)}}{k}$	$\nearrow$	

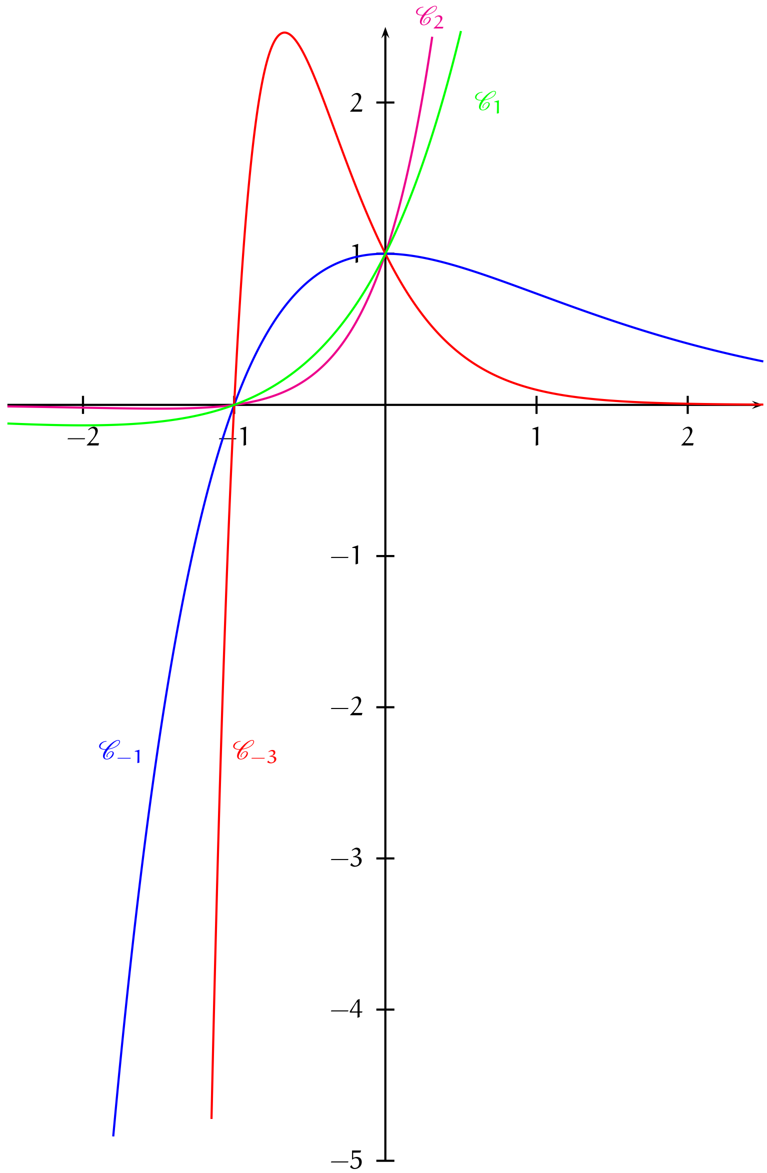
$$f\left(-\frac{k+1}{k}\right) = \left(-\frac{k+1}{k} + 1\right) e^{k \times (-(k+1)/k} = -\frac{e^{-(k+1)}}{k}.$$

4) $\mathscr{E}$ et $\mathscr{F}$ sont dans le cas $k < 0$ et d'après la partie B, $\mathscr{E} = \mathscr{C}_{-1}$. Donc $\mathscr{F} = \mathscr{C}_{-3}$.
Ensuite, $\mathscr{C}_2$ est strictement au-dessus de $\mathscr{C}_1$ sur $]0,+\infty[$ et donc $\mathscr{K} = \mathscr{C}_2$ et $\mathscr{H} = \mathscr{C}_1$.

$\mathscr{E} = \mathscr{C}_{-1}$, $\mathscr{F} = \mathscr{C}_{-3}$, $\mathscr{H} = \mathscr{C}_1$ et $\mathscr{K} = \mathscr{C}_2$.

 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

Graphique.



 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.

Partie D. Calcul d'une aire plane

1) Soit $\lambda > 0$ Les deux fonctions $u : x \mapsto x+1$ et $v : x \mapsto -e^{-x}$ sont définies et dérivables sur le segment $[0, \lambda]$ et pour tout réel x de $[0, \lambda]$, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^{-x}$. De plus, les fonctions u' et v' sont continues sur le segment $[0, \lambda]$. On peut donc effectuer une intégration par parties et en posant

$$\begin{array}{ll} u(x) = x+1 & v(x) = -e^{-x} \\ u'(x) = 1 & v'(x) = e^{-x} \end{array}$$

on obtient

$$\begin{aligned}\int_0^\lambda (x+1)e^{-x}\,dx &= \left[(x+1)\times(-e^{-x})\right]_0^\lambda - \int_0^\lambda 1\times(-e^{-x})\,dx = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + (0+1)e^0 + \int_0^\lambda e^{-x}\,dx \\ &= -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 + \left[-e^{-x}\right]_0^\lambda = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 + (-e^{-\lambda}+1) = 2-(\lambda+2)e^{-\lambda}.\end{aligned}$$

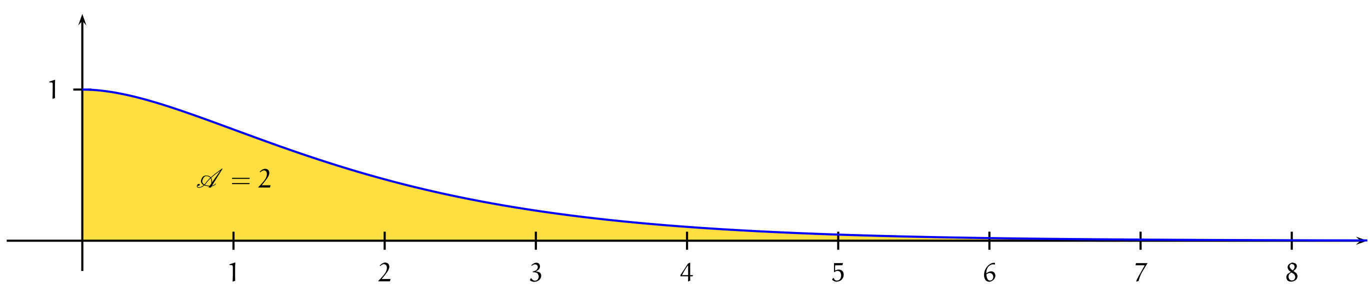
$$\boxed{\text{Pour tout réel strictement positif } \lambda, \int_0^\lambda f(x)\,dx = 2-(\lambda+2)e^{-\lambda}.}$$

2) Pour tout réel λ, on a $\mathscr{A}(\lambda) = 2 - \lambda e^{-\lambda} - 2e^{-\lambda}$. Or, $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \lambda e^{-\lambda} = 0$ et $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} e^{-\lambda} = 0$. Donc

$$\boxed{\lim_{\lambda\to+\infty} \mathscr{A}(\lambda) = 2.}$$

La fonction f est continue et positive sur le segment $[0, 1]$. Donc $\mathscr{A}(\lambda)$ est l'aire du domaine du plan compris entre les droites d'équation $x = 0$ et $x = \lambda$, l'axe des abscisses et la courbe représentative de f, exprimée en unités d'aires.
$\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mathscr{A}(\lambda)$ est donc l'aire du domaine infini compris entre l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe représentative de f.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{L'aire du domaine infini compris entre l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe représentative de } f \\ \text{est égale à 2 unités d'aire.}\end{array}}$$



 © Jean-Louis Rouget, 2009. Tous droits réservés.