BACCALAUREAT GENERAL

Session 2007
MATHEMATIQUES
- Série S -
Enseignement de Spécialité
Alger

EXERCICE 1

1) a) **Réponse A**

1) b) **Réponse A**

2) a) **Réponse B**

2) b) **Réponse C**

3) a) **Réponse B**

3) b) **Réponse C**

3) c) **Réponse A**

3) d) **Réponse C**

Explications.

1) a) Le nombre de tirages simultanés de 3 boules parmi 8 est $\binom{8}{3}$ où

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 56.$$

Parmi ces 56 tirages équiprobables, il y a $\binom{3}{3} = 1$ tirage où les trois boules sont noires. La probabilité demandée est donc $\frac{1}{56}$.

b) On sait déjà qu'il y a 1 tirage où les trois boules sont noires. D'autre part, il y a $\binom{5}{3}$ tirages où les trois boules sont rouges avec

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} = 10.$$

La probabilité demandée est donc $\frac{10+1}{56}$ ou encore $\frac{11}{56}$.

2) Notons X le nombre de boules noires obtenues. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la boule obtenue est noire » avec une probabilité $p = \frac{3}{8}$ ou « la boule obtenue n'est pas noire » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{8}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{8}$.

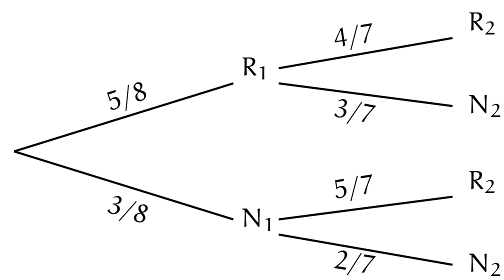
a) La probabilité demandée est $p(X = 5)$ et on a

$$p(X=5) = \binom{5}{5} \times \left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{5}{8}\right)^0 = \left(\frac{3}{8}\right)^5.$$

b) La probabilité demandée est $p(X = 2)$ et on a

$$p(X=2) = \binom{5}{2} \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 = 10 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3.$$

3) Représentons la situation par un arbre. On a directement $p(R_1) = \frac{5}{8}$ et $p(R_2) = \frac{3}{8}$.



a) Ensuite, si on obtient une boule rouge au premier tirage, il reste 7 boules dans l'urne, 4 d'entre elles étant rouges et 3 d'entre elles étant noires. Donc

$$P_{R_1}(R_2) = \frac{4}{7}.$$

b) $p(R_1 \cap N_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(N_2) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$.

c) D'après la formule des probabilités totales,

$$p(R_2) = p(R_1 \cap R_2) + p(N_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) + p(N_1) \times p_{N_1}(R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}.$$

d)

$$p_{N_2}(R_1) = \frac{p(R_1 \cap N_2)}{p(N_2)} = \frac{p(R_1) \times p_{R_1}(N_2)}{1 - p(R_2)} = \frac{\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{7}.$$

EXERCICE 2

I) Restitution organisée de connaissances

Soient a et b deux nombres complexes tels que $a \neq 1$ et s la similitude plane directe d'expression complexe $z' = az + b$. Notons Ω le centre de s et ω l'affixe de Ω. Ω est l'unique point invariant de s et donc $a\omega + b = \omega$ ou encore $(1-a)\omega = b$ et finalement $\omega = \dfrac{b}{1-a}$.

$$\boxed{\text{L'affixe du centre de la similitude d'expression complexe } z' = az + b,\ a \neq 1, \text{ est } \frac{b}{1-a}.}$$

II) Première décomposition de f.

1) g est la similitude plane directe d'expression complexe $z' = az + b$ avec $a = i\sqrt{2}$ et $b = -2 + 2i\sqrt{2}$.

• Le centre de la similitude g est le point d'affixe $\dfrac{b}{1-a}$ avec

$$\frac{b}{1-a} = \frac{-2+2i\sqrt{2}}{1-i\sqrt{2}} = \frac{-2(1-i\sqrt{2})}{1-i\sqrt{2}} = -2.$$

• Le rapport de la similitude g est $|a|$ avec $|a| = |i\sqrt{2}| = \sqrt{2}|i| = \sqrt{2}$.
• L'angle de la similitude g est $\arg(a)$ avec $\arg(a) = \arg(i\sqrt{2}) = \arg(i) = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\boxed{g \text{ est la similitude plane directe de centre } \Omega(-2,0), \text{ de rapport } \sqrt{2} \text{ et d'angle } \frac{\pi}{2}.}$$

2) Soit s la réflexion d'axe (Ox). Soit M un point du plan. On pose $M' = s(M)$ puis $M'' = g(M') = g \circ s(M)$ et on note z, z' et z'' les affixes respectives des points M, M' et M''. On a $z' = \overline{z}$ et donc

$$z'' = i\sqrt{2}z' + 2i\sqrt{2} - 2 = i\sqrt{2}\overline{z} + 2i\sqrt{2} - 2,$$

ce qui montre que $g \circ s = f$.

$$\boxed{\text{Si } s \text{ est la réflexion d'axe } (Ox),\ f = g \circ s.}$$

III) Deuxième décomposition de f.

1) Soit M un point du plan dont l'affixe est notée z. Posons $z = x + iy$ où x et y sont deux réels.

$$\begin{aligned}
f(M) = M &\Leftrightarrow i\sqrt{2}\overline{z} + 2i\sqrt{2} - 2 = z \\
&\Leftrightarrow i\sqrt{2}(x - iy) + 2i\sqrt{2} - 2 = x + iy \Leftrightarrow i\sqrt{2}x + \sqrt{2}y + 2i\sqrt{2} - 2 = x + iy \\
&\Leftrightarrow (x - \sqrt{2}y + 2) + i(-\sqrt{2}x + y - 2\sqrt{2}) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x - \sqrt{2}y + 2 = 0 \\ -\sqrt{2}x + y - 2\sqrt{2} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \sqrt{2}y - 2 \\ -\sqrt{2}(\sqrt{2}y - 2) + y - 2\sqrt{2} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = 0 \\ x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow z = -2
\end{aligned}$$

$$\boxed{f \text{ admet un point invariant et un seul, le point } \Omega \text{ d'affixe } \omega = -2.}$$

2) Soient x un réel puis N le point de la droite $\mathscr{D}$ d'abscisse x. Le point N est le point de coordonnées $(x, x+2)$ ou encore le point d'affixe $x + i(x+2)$. Notons z et z' les affixes respectives des points N et $N' = f(N)$. On a

$$\begin{aligned}
z' &= i\sqrt{2}\,\overline{(x + i(x+2))} + 2i\sqrt{2} - 2 = i\sqrt{2}(x - i(x+2)) + 2i\sqrt{2} - 2 \\
&= i\sqrt{2}x + \sqrt{2}(x+2) + 2i\sqrt{2} - 2 = (\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 2) + i(\sqrt{2}x + 2\sqrt{2})
\end{aligned}$$

Mais alors

$$y_{N'} = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 2) + 2 = x_{N'} + 2,$$

ce qui montre que le point N' appartient à la droite $\mathscr{D}$.

$$\boxed{\text{L'image par } f \text{ d'un point de la droite } \mathscr{D} \text{ d'équation } y = x + 2 \text{ est un point de } \mathscr{D}.}$$

3) a) On sait que σ est une similitude plane indirecte. On peut noter $z' = a\overline{z} + b$ l'écriture complexe de σ où a et b sont deux complexes, a étant non nul.
Les points de coordonnées $(-2, 0)$ et $(0, 2)$ appartiennent à la droite $\mathscr{D}$ et sont donc invariants par σ. Les affixes de ces deux points sont respectivement -2 et $2i$. Les nombres complexes a et b sont donc solutions du système (S) $\left\{\begin{array}{l} a\overline{(-2)} + b = -2 \\ a\overline{(2i)} + b = 2i \end{array}\right.$.
Maintenant

$$(S) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -2a + b = -2 \\ -2ia + b = 2i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b = 2a - 2 \\ -2ia + (2a - 2) = 2i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} (2 - 2i)a = 2 + 2i \\ b = 2a - 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{1 + i}{1 - i} \\ b = 2a - 2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{(1 + i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} \\ b = 2a - 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{1 + 2i - 1}{2} \\ b = 2a - 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = i \\ b = -2 + 2i \end{array}\right..$$

$$\boxed{\text{L'écriture complexe de } \sigma \text{ est } z' = i\overline{z} - 2 + 2i.}$$

b) Soit M un point du plan. On pose $M' = \sigma(M)$ puis $M'' = f(M') = f \circ \sigma(M) = k(M)$ et on note z, z' et z'' les affixes respectives des points M, M' et M''. On a

$$\begin{aligned} z'' &= i\sqrt{2}\,\overline{z'} + 2i\sqrt{2} - 2 = i\sqrt{2}\,\overline{(i\overline{z} - 2 + 2i)} + 2i\sqrt{2} - 2 = i\sqrt{2}(-iz - 2 - 2i) + 2i\sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2}z - 2i\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}z + 2\sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{L'écriture complexe de } k \text{ est } z' = \sqrt{2}z + 2\sqrt{2} - 2.}$$

c) k est la similitude plane directe d'écriture complexe $z' = az + b$ avec $a = \sqrt{2}$ et $b = 2\sqrt{2} - 2$. Puisque a est réel et distinct de 1, k est une homothétie de rapport $\sqrt{2}$. D'autre part, le point Ω (déterminé à la question III)1)) est invariant par σ (car $\Omega \in \mathscr{D}$) et par f (d'après la question III)1)). On en déduit que le point Ω est invariant par k et est donc le centre de l'homothétie k.

$$\boxed{k \text{ est l'homothétie de centre } \Omega(-2, 0) \text{ et de rapport } \sqrt{2}.}$$

4) $f \circ \sigma = k \Leftrightarrow f \circ \sigma \circ \sigma^{-1} = k \circ \sigma^{-1} \Leftrightarrow f = k \circ \sigma^{-1} \Leftrightarrow f = k \circ \sigma$ (une réflexion est sa propre réciproque).

$$\boxed{\begin{array}{c} f = k \circ \sigma \text{ où} \\ \bullet\ k \text{ est l'homothétie de centre } \Omega(-2, 0) \text{ et de rapport } \sqrt{2} \\ \bullet\ \sigma \text{ est la réflexion d'axe la droite } \mathscr{D} \text{ d'équation } y = x + 2. \end{array}}$$

EXERCICE 3

Imprécisions de l'énoncé :

• la condition « f ne s'annule pas sur I » ne sert à rien et est même gênante dans la partie III. On ne tiendra donc pas compte de cette condition.

• la condition « f' ne s'annule pas sur I » ne sert qu'en I)1) et en II). On ne tiendra pas compte de cette condition dans les autres questions.

I) Question préliminaire

1) Soient $x \in I$ et $X \in \mathbb{R}$. Soit H le point de l'axe des abscisses d'abscisse X. Puisque $f'(x) \neq 0$, on a

$$H \in T \Leftrightarrow f'(x)(X - x) + f(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x)(X - x) = -f(x) \Leftrightarrow X - x = -\frac{f(x)}{f'(x)} \Leftrightarrow X = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x \text{ de I, } X_T = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.}$$

2) Soient $x \in I$ et $Y \in \mathbb{R}$. Soit K le point de l'axe des ordonnées d'ordonnée Y.

$$K \in T \Leftrightarrow Y = f'(x)(0 - x) + f(x) \Leftrightarrow Y = f(x) - xf'(x).$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x \text{ de I, } Y_T = f(x) - xf'(x).}$$

II)

1) Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ telle que f' ne s'annule pas sur I. Pour tout réel x de l'intervalle I, on a

$$x - X_T = x - \left(x - \frac{f'(x)}{f(x)}\right) = \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

Si f vérifie la propriété 1, alors pour tout réel x de I, $\frac{f(x)}{f'(x)} = k$ ou encore $f'(x) = \frac{1}{k}f(x)$. Par suite, f est solution de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{k}y$.

Réciproquement, si f est une solution de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{k}y$, on sait qu'il existe un réel C tel que pour tout réel x de I, $f(x) = Ce^{x/k}$. Par suite, ou bien f est la fonction nulle (cas où $C = 0$), ou bien f est une fonction telle que f' ne s'annule pas (cas où $C \neq 0$). Dans ce dernier cas, pour tout réel x de I, on a $f'(x) = \frac{1}{k}f(x)$ puis $\frac{f(x)}{f'(x)} = k$ et donc $x - X_T = k$.

Finalement, si f est une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ telle que f' ne s'annule pas sur I, f vérifie la propriété 1 si et seulement si f est une solution non nulle de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{k}y$.

2) D'après la question précédente, les fonctions vérifiant la propriété 1 sont les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{x/k}$, $C \neq 0$.

Maintenant, si $k = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{k} = 2$. Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = 2y$ sont les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{2x}$, $C \in \mathbb{R}$. Soit alors $C \in \mathbb{R}$ et f la fonction $x \mapsto Ce^{2x}$.

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow Ce^0 = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x,\ f(x) = e^{2x}.}$$

III)

1) Soit f une fonction dérivable sur $]0, +\infty[$. Pour tout réel x de l'intervalle $]0, +\infty[$, on a

$$y - Y_T = f(x) - (f(x) - xf'(x)) = xf'(x).$$

f vérifie la propriété 2 $\Leftrightarrow$ pour tout réel x de $]0, +\infty[$, $xf'(x) = k \Leftrightarrow$ pour tout réel x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{k}{x} \Leftrightarrow f$ est solution de l'équation différentielle $y' = \dfrac{k}{x}$.

2) Les solutions sur $]0, +\infty[$ de l'équation différentielle $y' = \dfrac{k}{x}$, c'est-à-dire les primitives de la fonction $x \mapsto \dfrac{k}{x}$ sur $]0, +\infty[$, sont les fonctions de la forme $x \mapsto k \ln x + C$, $C \in \mathbb{R}$.

Quand $k = \dfrac{1}{2}$, on obtient les fonctions de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2} \ln x + C$, $C \in \mathbb{R}$. Soit alors $C \in \mathbb{R}$ et f la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{2} \ln x + C$.

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x,\ f(x) = \frac{1}{2} \ln x.}$$

EXERCICE 4

I) Existence et unicité de la solution

1) Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} x \text{ solution de l'équation } (E) &\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{e^x} = x \text{ et } x \neq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{e^x} = x \text{ (car } \frac{1}{e^0} \neq 0) \\ &\Leftrightarrow e^{-x} = x \Leftrightarrow x - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0. \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x,\ x \text{ est solution de l'équation } (E) \text{ si et seulement si } f(x) = 0.}$$

2) a) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x

$$f'(x) = 1 + e^{-x}.$$

Pour tout réel x, on a $e^{-x} > 0$ et donc $f'(x) > 0$. Par suite

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } \mathbb{R}.}$$

b • $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim\limits_{X\to-\infty} e^X = 0$. Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} -e^{-x} = \lim\limits_{X\to+\infty} -e^X = -\infty$. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

• Ainsi, la fonction f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. On sait alors que pour tout réel k de l'intervalle $]\lim\limits_{x\to-\infty} f(x), \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)[= \mathbb{R}$, l'équation $f(x) = k$ admet une solution et une seule dans $\mathbb{R}$. En particulier, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution et une seule dans $\mathbb{R}$ que l'on note α.

c) On a $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - e^{-1/2} = -0,1\ldots < 0$ et $f(1) = 1 - e^{-1} = 0,6\ldots > 0$. Puisque $f(\alpha) = 0$, on a donc $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq f(\alpha) \leq f(1)$ et donc, puisque f est croissante sur $\mathbb{R}$, on a $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$.

$$\boxed{\alpha \in \left[\frac{1}{2}, 1\right].}$$

d) Soit $x \in [0, \alpha]$. Puisque f est croissante sur $\mathbb{R}$, on a $f(x) \leq f(\alpha)$ ou encore $f(x) \leq 0$.

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est négative sur } [0, \alpha].}$$

II) Deuxème approche

1) Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} g(x) = x &\Leftrightarrow \frac{1+x}{1+e^x} = x \\ &\Leftrightarrow 1 + x = x(1 + e^x) \text{ (car } 1 + e^x \neq 0) \\ &\Leftrightarrow 1 + x = x + xe^x \Leftrightarrow xe^x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e^x} \Leftrightarrow x = e^{-x} \Leftrightarrow x - e^{-x} = 0 \\ &\Leftrightarrow f(x) = 0. \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Pour tout réel } x,\ f(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) = x.}$$

2) L'équation $f(x) = 0$ admet une solution et une seule dans $\mathbb{R}$ à savoir α et donc l'équation $g(x) = x$ admet une solution et une seule dans $\mathbb{R}$ à savoir α.

3) g est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ dont le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x

$$g'(x) = \frac{1(1+e^x) - (1+x)e^x}{(1+e^x)^2} = \frac{1 - xe^x}{(1+e^x)^2}.$$

Puisque pour tout réel x, on a $(1+e^x)^2 > 0$, $g'(x)$ est pour tout réel x du signe de $1 - xe^x$. Maintenant, d'après la question I)2)d), la fonction f est négative sur $[0, \alpha]$. Soit alors x un réel de $[0, \alpha]$.

$$\begin{aligned} f(x) \leq 0 \Rightarrow x - e^{-x} \leq 0 \Rightarrow x \leq e^{-x} \Rightarrow x \leq \frac{1}{e^x} \\ \Rightarrow xe^x \leq 1 \text{ (car } e^x > 0) \\ \Rightarrow 1 - xe^x \geq 0. \end{aligned}$$

Finalement, la fonction g' est positive sur $[0, \alpha]$ et donc

$$\boxed{\text{la fonction } g \text{ est croissante sur } [0, \alpha].}$$

III) Construction d'une suite dé réels ayant pour limite α

1) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.

- Déjà $u_0 = 0$, puis $u_1 = \dfrac{1+0}{1+e^0} = \dfrac{1}{2}$. Or, d'après la question I)2)c), $\alpha \geq \dfrac{1}{2}$ ce qui montre que $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \alpha$. L'encadrement est donc vrai quand $n = 0$.
- Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$. Puisque g est croissante sur $[0, \alpha]$, on en déduit que $g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(\alpha)$ ou encore $\dfrac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$ et en particulier $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$.

On a montré par récurrence que

$$\boxed{\text{pour tout entier naturel } n,\ 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha.}$$

2) Ainsi d'une part, pour tout entier naturel n, $u_n \leq u_{n+1}$ ce qui montre que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante. D'autre part, pour tout entier naturel n, $u_n \leq \alpha$ ce qui montre que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par α. En résumé la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante et majorée et donc converge.

$$\boxed{\text{La suite } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge.}}$$

3) Notons ℓ la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. La fonction g est continue sur $\mathbb{R}$ et en particulier en ℓ. On en déduit que quand n tend vers $+\infty$, $g(u_n)$ tend vers $g(\ell)$. Par suite

$$\ell = \lim_{n \to +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \to +\infty} g(u_n) = g(\ell).$$

Ainsi, le réel ℓ est solution de l'équation $g(x) = x$. La question II)2) permet alors d'affirmer que $\ell = \alpha$.

$$\boxed{\text{La suite } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge vers } \alpha.}$$

4) On a $u_0 = 0$ puis $u_1 = 0,5$. La machine fournit alors $u_2 = 0,5663110032\ldots$, $u_3 = 0,567143165\ldots$ et finalement

$$\boxed{u_4 = 0,567143 \text{ arrondi à la sixième décimale.}}$$

