

# Schéma de BERNOULLI

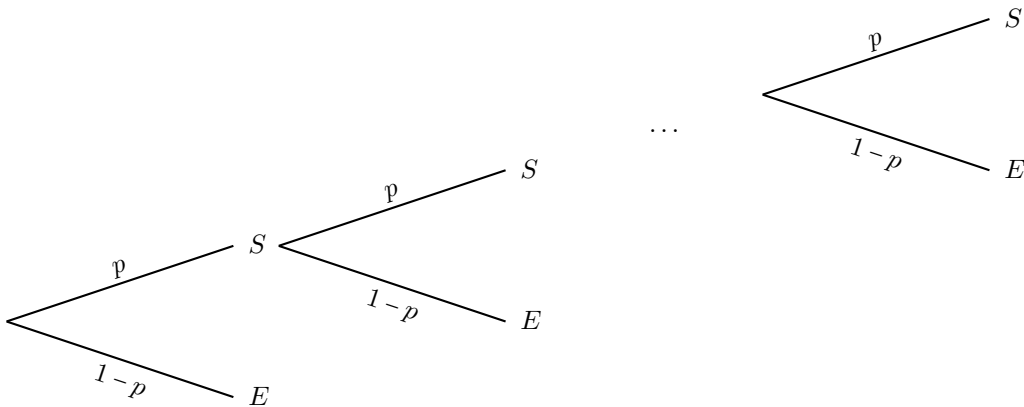
## Epreuve de BERNOULLI

Une épreuve de BERNOULLI est une épreuve à deux éventualités (succès et échec, pile et face, blanc et pas blanc, obtenir le 1 ou pas quand on jette un dé...) dont les probabilités respectives sont notées  $p$  et  $1 - p$  ( $p$  étant un réel élément de  $[0, 1]$ ). Une telle épreuve est appelée **épreuve de BERNOULLI de paramètre  $p$** .

## Schéma de BERNOULLI

Une expérience aléatoire consistant à répéter  $n$  fois ( $n$  étant un entier naturel non nul), de manière indépendante, une épreuve de BERNOULLI de paramètre  $p$  s'appelle un **schéma de BERNOULLI de paramètres  $n$  et  $p$** .

On peut représenter un schéma de BERNOULLI par un arbre. La lettre  $S$  désigne le « succès » et la lettre  $E$  désigne l'échec. Pour chaque entier  $k$  tel que  $0 \leq k \leq n$ , on note  $\binom{n}{k}$  le nombre de chemins dans l'arbre comportant  $k$  fois la lettre  $S$  (et donc  $n - k$  fois la lettre  $E$ ).



On obtient la valeur des nombres  $\binom{n}{k}$ ,  $0 \leq k \leq n$ , grâce à la calculatrice. On doit néanmoins savoir que pour tout entier naturel  $n$ ,

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

On doit aussi connaître la relation permettant de remplir le triangle de PASCAL valable pour  $k$  entier tel que :

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

## Triangle de PASCAL.

A la ligne  $n$ , colonne  $p$ , on a placé  $\binom{n}{p}$ .

$n \backslash p$	0	1	2	3	4	5
0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0
2	1	2	1	0	0	0
3	1	3	3	1	0	0
4	1	4	6	4	1	0
5	1	5	10	10	5	1

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

## Loi binomiale

A un schéma de BERNOULLI de paramètre  $n$  et  $p$ , on peut associer la variable aléatoire  $X$  égale au nombre de succès en  $n$  tentatives. Cette variable aléatoire prend donc les valeurs  $0, 1, 2, \dots, n - 1, n$ . La loi binomiale est la loi de probabilité associée à cette variable aléatoire et si  $k$  est un entier élément de  $\{0, 1, \dots, n\}$ , on a

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

## Espérance variance et écart-type de la loi binomiale

L'espérance de la loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p$  est  $E(X) = np$ , la variance de la loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p$  est  $V(X) = np(1 - p)$  et l'écart-type de la loi binomiale de paramètre  $n$  et  $p$  est  $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$ .