

Planche n° 11. Fonctions puissances

* très facile ** facile *** difficulté moyenne **** difficile
I : Incontournable T : pour travailler et mémoriser le cours

Exercice n° 1 (**T)

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes puis étudier leur dérivabilité :

1) $f_1 : x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$

2) $f_2 : x \mapsto \sqrt[3]{x^3 + 1}$.

2) $f_3 : x \mapsto \sqrt{x^3 - x^4}$.

Exercice n° 2 (*T)

Donner la dérivée des fonctions suivantes :

1) $\sqrt{x^2 + 1}$ 2) $\sqrt[3]{x^3 + 1}$ 3) $\frac{1}{\left(\sqrt[4]{x^2 + x + 1}\right)^3}$
4) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ 5) $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Exercice n° 3 (**T)

Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x \right)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x \right)$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 1} - x \right)$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{x-1}$ et $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+5} - 1}{\sqrt{3x+15} - 3}$.

Exercice n° 4 (***)

Etude complète de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$. On étudiera en particulier la dérivabilité de f en 0 à gauche. D'autre part, on montrera que la droite d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$ et que la droite d'équation $y = -x - \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe de f en $-\infty$.

Exercice n° 5 (**)

Etudier le signe de $\sqrt{x^2 + 1} - x$ et $\sqrt{x^2 + 1} + x$.