

# Planche n° 10. Exponentielles et logarithmes

\* très facile \*\* facile \*\*\* difficulté moyenne \*\*\*\* difficile  
I : Incontournable T : pour travailler et mémoriser le cours

## Exercice n° 1 (\*\*)

Trouver la plus grande valeur de  $\sqrt[n]{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

## Exercice n° 2 (\*\*I)

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .

## Exercice n° 3 (\*\*I)

1) Etudier brièvement la fonction  $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$  et tracer son graphe.

2) Trouver tous les couples  $(a, b)$  d'entiers naturels non nuls et distincts vérifiant  $a^b = b^a$ .

## Exercice n° 4

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations ou inéquations suivantes :

$$\begin{array}{ll} 1) \text{ (**)} \ln|x+1| - \ln|2x+1| \leq \ln 2 & 2) \text{ (**)} x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x \\ 3) \text{ (***)} \ln_x(10) + 2\ln_{10x}(10) + 3\ln_{100x}(10) = 0 & 4) \text{ (**)} 2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1} \end{array}$$

## Exercice n° 5 (\*\*\*)

Trouver  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^x)^x}{x^{(x^x)}}$ .

## Exercice n° 6

Construire le graphe des fonctions suivantes :

1) (\*\*\*)  $f_1(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  (à étudier sur  $]0, +\infty[$ ).

2) (\*\*)  $f_2(x) = \log_2 \left(1 - \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6)\right)$ .

## Exercice n° 7 (\*\*)

Montrer que  $\forall x \in ]0, 1[$ ,  $x^x(1-x)^{1-x} \geq \frac{1}{2}$ .