

Planche n° 6. Systèmes d'équations linéaires

* très facile ** facile *** difficulté moyenne **** difficile
I : Incontournable T : pour travailler et mémoriser le cours

Exercice n° 1 : (**T)

Résoudre dans \mathbb{R}^3 les systèmes suivants :

$$\begin{array}{l} 1) \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 4x + y + 2z = 6 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases} \\ 4) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 0 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \end{array} \quad (\text{dans } \mathbb{R}^3) \quad \begin{array}{l} 2) \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y + z = 8 \\ x + y + 2z = 9 \\ x + y + z + t = 3 \\ x + y + z - t = 3 \\ x - y - z - t = -1 \end{cases} \\ 5) \begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x + y + z - t = 3 \\ x - y - z - t = -1 \end{cases} \end{array} \quad (\text{dans } \mathbb{R}^4) \quad 3) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 4x + z = 4 \end{cases}$$

Exercice n° 2 : (**T)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Déterminer l'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' d'équations respectives $x + y + 2z = 1$ et $2x - y + z = 2$.

Exercice n° 3 : (**)

Résoudre dans \mathbb{R}^3 ou \mathbb{R}^4 suivant le cas, en discutant en fonction du paramètre m , les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ -x + my + 2z = 5 \\ 7x + 3y + (m - 5)z = 7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + my + z = 3m \\ x - (2m + 1)y + 2z = 4 \\ 5x - y + 4z = 3m - 2 \end{cases}$$

Exercice n° 4 : (**I)

Dans le plan, on donne n points A_1, \dots, A_n . Existe-t-il n points M_1, \dots, M_n tels que A_1 soit le milieu de $[M_1, M_2]$, A_2 soit le milieu de $[M_2, M_3], \dots, A_{n-1}$ soit le milieu de $[M_{n-1}, M_n]$ et A_n soit le milieu de $[M_n, M_1]$.

n° 5 : (**T)

- 1) Déterminer tous les polynômes P de degré 2 tels que $P(1) = 1$, $P'(1) = 1$ et $P(-1) = 0$.
- 2) Déterminer tous les polynômes P de degré 3 tels que $P(-1) = 1$, $P(1) = 0$ et $P(2) = 1$.